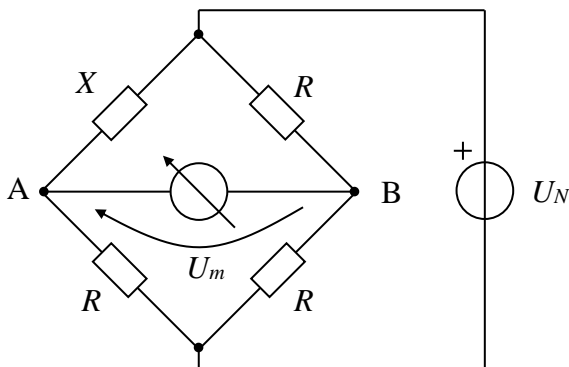


## 4.3. Merni mostovi

**Zadatak 1.** Vitstonov most prikazan na slici 1.1 koristi se merenje promene otpornosti  $X$ .



Slika 1.1. Merni most za merenje promene otpornosti

Izvesti tačan izraz za zavisnost napona merne dijagonale  $U_m$  u funkciji od  $\Delta X$ , ako je most u ravnoteži za  $\Delta X = 0 \Omega$ , a voltmetar i generator su idealni. Ako je napon napajaja mosta  $U_N = 5 \text{ V}$ , otpornost  $R$  iznosi  $100 \Omega$ , a otpornost  $X = 100,1 \Omega$ , koliki je napon merne dijagonale  $U_m$ ? Za koliko će se promeniti ovaj napon ako se, umesto na naponski izvor, most priključi na strujni izvor jačine  $I_N = 50 \text{ mA}$ ?

### Rešenje

Kako je most u ravnoteži za  $\Delta X = 0 \Omega$ , sledi da je

$$X = R + \Delta X \quad (1.1)$$

Kada je most priključen na naponski izvor, napon na mernoj dijagonali  $U_m$  iznosi:

$$U_m = V_A - V_B = U_N \frac{R}{R+X} - U_N \frac{R}{2R} = U_N \left( \frac{R}{2R+\Delta X} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{U_N}{2} \cdot \frac{\Delta X}{2R+\Delta X} \quad (1.2)$$

Za date podatke, izračunava se da je napon na mernoj dijagonali

$$U_m = -\frac{5 \text{ V}}{2} \cdot \frac{0,1 \Omega}{2 \cdot 100 \Omega + 0,1 \Omega} = -1,2494 \text{ mV} \quad (1.3)$$

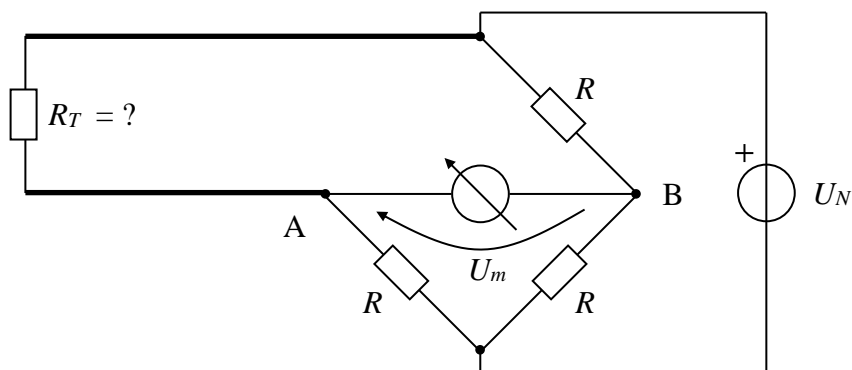
Ako se most priključi na strujni izvor jačine  $I_N$  napon merne dijagonale će biti

$$\begin{aligned} U'_m = V_A - V_B &= R \cdot I_N \frac{2R}{4R+\Delta X} - R \cdot I_N \frac{2R+\Delta X}{4R+\Delta X} = -R \cdot I_N \cdot \frac{\Delta X}{4R+\Delta X} = \\ &= -50 \text{ mA} \cdot 100 \Omega \cdot \frac{0,1 \Omega}{4 \cdot 100 \Omega + 0,1 \Omega} = -1,2497 \text{ mV} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Dakle, napon dijagonale mosta se promenio za

$$\Delta U_m = U'_m - U_m = -1,2494 \text{ mV} + 1,2497 \text{ mV} = 0,3 \mu\text{V} \quad (1.5)$$

**Zadatak 2.** Most prikazan na slici 2.1 koristi se za merenje terminirajuće otpornosti na ADSL instalaciji. Odrediti pokazivanje instrumenta u dijagonali mosta ako su vrednosti stalnih otpornika  $R$  u granama mosta  $100 \Omega$ , za slučajeve da je linija terminirana otpornošću od  $100 \Omega$ ,  $100,1 \Omega$ ,  $120 \Omega$ , kratkom vezom i otvorenom vezom.



Slika 2.1. Merni most za merenje terminirajuće otpornosti

### Rešenje

Napon na dijagonali mosta je

$$U_m = V_A - V_B = U_N \frac{R}{R + R_T} - U_N \frac{R}{2R} = U_N \left( \frac{R}{R + R_T} - \frac{1}{2} \right) = -\frac{U_N}{2} \cdot \frac{\Delta R_T}{2R + \Delta R_T} \quad (2.1)$$

Kada je  $\Delta R_T = 0 \Omega$ , napon na dijagonali je

$$U_m = 0 \text{ V} \quad (2.2)$$

Kada je  $\Delta R_T = 0,1 \Omega \ll R$ , napon na dijagonali je približno

$$U_m = -\frac{U_N}{2} \frac{\Delta R_T}{2R + \Delta R_T} \approx -\frac{U_N}{2} \frac{\Delta R_T}{2R} = -\frac{U_N}{4} \frac{\Delta R_T}{R} = -\frac{U_N}{4000} \quad (2.3)$$

Kada je  $\Delta R_T = 20 \Omega \sim R$ , napon na dijagonali je

$$U_m = -\frac{U_N}{2} \frac{\Delta R_T}{2R + \Delta R_T} = -\frac{U_N}{22} \quad (2.4)$$

Za otvorenu vezu se dobija da izraz (2.1) postaje

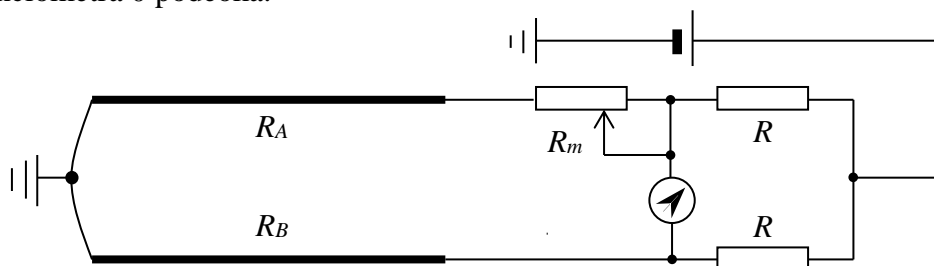
$$U_m = V_A - V_B = \lim_{\Delta R_T \rightarrow \infty} \left( -\frac{U_N}{2} \cdot \frac{\Delta R_T}{2R + \Delta R_T} \right) = -\frac{U_N}{2} \quad (2.5)$$

Za kratku vezu, izraz (2.1) se svodi na

$$U_m = V_A - V_B = U_N - R \cdot \frac{U_N}{2R} = \frac{U_N}{2} \quad (2.6)$$

Ovo je veoma efikasan način da se voltmetrom sa širokim radnim opsegom odredi ispravnost terminiranja ISDN magistrale. Ako je napon veoma mali (reda  $U_m/4000$ ) može se smatrati da je linija ispravno terminirana, Ako je napon nešto veći, i negativan linija je terminirana otpornošću većom od one koju propisuje standard, a ako je veći i pozitivan – manjom otpornošću. Za slučajeve da je napon u dijagonali mosta istog reda veličine kao i napon dijagonale, reč je o neterminiranoj ili kratkospojenoj magistrali, što se ustanovljava proverom predznaka napona  $U_m$ .

**Zadatak 3.** Most prikazan na slici 3.1. koristi se za merenje razlike otpornosti žila a i b u jednoj parici. Stalni otpornici  $R$  u granama mosta su jednaki i imaju vrednost od  $1 \text{ k}\Omega$ . Potencijometar  $R_m$  ima ukupnu otpornost od  $100 \Omega$  kada je klizač u krajnjem levom položaju, odnosno kada je otklon potencijometra 0 podeoka.



Slika 3.1. Konfiguracija kablovskog mernog mosta

Ako je instrument izbrojao otklon od  $M = 2341$  podeoka na potencijometru od ukupno  $M_{\max} = 10000$ , kolika je razlika otpornosti žila a i b?

### Rešenje

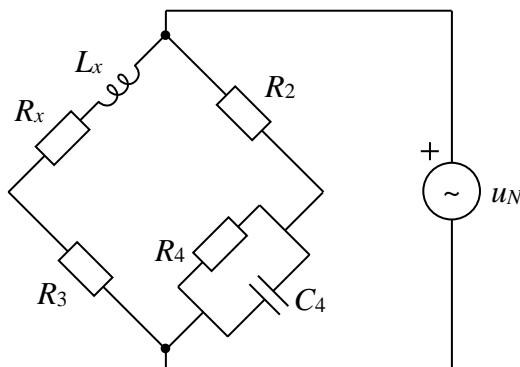
Jednačina ravnoteže za dati most ima oblik

$$(R_A + R_m)R = R_B R \quad (3.1)$$

Sređivanjem se dobija da je

$$\Delta R = R_B - R_A = R_m = 100 \Omega \cdot \frac{M}{M_{\max}} = 100 \Omega \cdot \frac{2341}{10000} = 23,41 \Omega \quad (3.2)$$

**Zadatak 4.** Na slici 4.1 prikazan je Maksvel-Vinov most. Pomoću njega se određuju komponente  $R_x$  i  $L_x$  nepoznate impendanse  $\underline{Z}_x = R_x + j\omega L_x$ . Ostale komponente u granama mosta su poznate i bilo koja od njih može se učiniti podesivom, kako bi se most uravnotežio. Odredite uslov ravnoteže mosta i odredite koja od komponenti bi trebala biti podesiva (ili više njih) da bi uravnotežavanje bilo brzo i jednostavno.



Slika 4.1. Šema mernog mosta

Odredite kompleksni količnik  $O_{(\omega L_x)}/O_{R_x}$  osetljivosti mosta na promenu nepoznate induktivne otpornosti  $\omega L_x$  i osetljivosti mosta na promenu nepoznate otpornosti  $R_x$ .

### Rešenje

Iz uslova ravnoteže mosta sledi

$$(R_x + j\omega L_x)(R_4 \parallel C_4) = R_2 R_3 \quad (4.1)$$

Sređivanjem gornjeg izraza dobija se

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_4 \frac{1}{j\omega C_4}}{R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}} = R_2 R_3 \quad (4.2)$$

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C_4} = R_2 R_3 \quad (4.3)$$

$$R_4 (R_x + j\omega L_x) = R_2 R_3 (1 + j\omega R_4 C_4) \quad (4.4)$$

$$R_4 R_x + j\omega R_4 L_x = R_2 R_3 + j\omega R_2 R_3 R_4 C_4 \quad (4.5)$$

Izjednačavanjem realnog i imaginarnog dela dobijaju se sledeći izrazi za nepoznatu otpornost i induktivnost

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (4.6)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (4.7)$$

Da bi se most lako i brzo uravnotežio, potrebno je omogućiti nezavisno uravnotežavanje po fazi i po amplitudi, a to će se postići samo ako su podesive komponente u mostu  $R_4$  i  $C_4$ .

Za određivanje traženih osetljivosti, neophodno je prvo odrediti napon merne dijagonale. U zavisnosti od toga kako se usvoji njegov smer, što ne utiče ni na jedan od krajnjih rezultata, ovaj napon bi se mogao napisati i kao:

$$u_m = u_N \underbrace{\frac{R_4 \parallel C_4}{R_2 + R_4 \parallel C_4}}_{\text{nije funkcija od } R_x \text{ i } L_x} - u_N \frac{R_3}{R_3 + R_x + j\omega L_x} \quad (4.8)$$

Osetljivost mosta po  $\omega L_x$  je

$$\begin{aligned} O_{\omega L_x} &= \frac{\partial U_m}{\partial (\omega L_x)} = \frac{\partial}{\partial (\omega L_x)} \left( -U_N \frac{R_3}{R_3 + R_x + j\omega L_x} \right) = \\ &= -U_N R_3 \frac{\frac{\partial}{\partial (\omega L_x)} (R_3 + R_x + j\omega L_x)}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2} = \frac{-j \cdot U_N R_3}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Osetljivost mosta po  $R_x$  je

$$\begin{aligned} O_{R_x} &= \frac{\partial U_m}{\partial (R_x)} = \frac{\partial}{\partial (R_x)} \left( -U_N \frac{R_3}{R_3 + R_x + j\omega L_x} \right) = \\ &= -U_N R_3 \frac{\frac{\partial}{\partial (R_x)} (R_3 + R_x + j\omega L_x)}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2} = \frac{-U_N R_3}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Količnik ove dve osetljivosti je

$$\frac{O_{\omega L_x}}{O_{R_x}} = \frac{\frac{-j \cdot U_N R_3}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2}}{\frac{-U_N R_3}{(R_3 + R_x + j\omega L_x)^2}} = j \left( \frac{\text{mV}}{\Omega} \right) \left( \frac{\Omega}{\text{mV}} \right) \quad (4.11)$$

Drugim rečima, ovaj most je podjednako osetljiv na promene realnog i imaginarnog dela nepoznate impendanse  $Z_x$ .