

Marjan Urekar, Dragan Pejić

**Uputstvo za
laboratorijske vežbe iz predmeta**

**Električna
merenja**

Merenja u elektronici

**Električna i elektronska
merenja u industriji**

**I ciklus
V1.7 - februar, 2020.**

UVOD

OSNOVNE OZNAKE NA ANALOGNIM INSTRUMENTIMA

Analogni instrumenti prikazuju vrednost merene veličine putem pokretne kazaljke na skali sa podeocima.

Skala ima **podeoke** u obliku crtica ili tačaka. Neki od podeoka su podebljani i imaju brojnu oznaku. Ove podeoci se nazivaju *kardinalni*.

Merno područje instrumenta označava vrstu veličine koju instrument meri. Instrument koji meri jednosmerni (DC) ili naizmenični (AC) napon je DC ili AC voltmeter. Instrument koji meri DC ili AC struju je DC ili AC ampermetar. Svi ovi instrumenti imaju jedno merno područje. Instrument koji ima više mernih područja, tj. može da meri više različitih veličina, naziva se **multimetar**, npr. AC i DC napon, ili napon, struju i otpornost.

Kazaljka u početnom položaju označava *minimalnu* vrednost, obično nulu. Negde minimum može biti i pozitivna ili negativna vrednost, jer 0 ne mora uvek biti minimalna vrednost neke veličine.

Kazaljka je obično u skroz levom položaju kada nema ulazne veličine, a pri merenju skreće u desno. Neki instrumeni omogućavaju pokazivanje pozitivnih i negativnih vrednosti merene veličine, pa kazaljka stoji na sredini. Ovde kazaljka može ići i levo i desno od početnog položaja, zavisno od polariteta merene veličine.

Merni opseg ili domet instrumenta je maksimalna vrednost veličine koja se može izmeriti instrumentom. Na skali je to poslednji podeok sa desne strane, označen brojem koji korespondira sa maksimalnom vrednošću merene veličine (osim kod ommetra gde je to minimalna vrednost). Kazaljka obično može da pređe još malo posle te oznake, što treba da nam indikuje da je došlo do *prekoračenja opsega*, tj. *preopterećenja* instrumenta.

Ako se naglo poveća ulazna veličina, kazaljka se može "zakucati" u skroz desni položaj preko naznačenog opsega. Ovo se ne sme dozvoliti, jer može dovesti do trajnog oštećenja mehanizma instrumenta i pregorevanja elektronskih komponenti u njemu. Pri merenju se mora pažljivo rukovati instrumentom i voditi računa o svim sigurnosnim procedurama!

Osnovna rezolucija instrumenta predstavlja najmanju promenu ulazne veličine koju je moguće izmeriti. Kod analognih instrumenata rezolucija je najčešće jednaka vrednosti jednog podeoka na skali. Ako je x_{max} predstavlja merni opseg tj. maksimalno pokazivanje, x_{min} minimalnu vrednost na skali (obično je to 0), a α_{max} ukupan broj podeoka na skali, tada je x_0 vrednost jednog podeoka:

$$x_0 = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\alpha_{\max}}$$

U tom slučaju, očitana vrednost x za skretanje od α podeoka je:

$$x = x_{\min} + \alpha \cdot x_0$$

Primer 1: skala od 100 podeoka sa mernim opsegom 10 V, ima osnovnu rezoluciju od 0.1 V. To su inkrementi u kojima je moguće očitavati merene vrednosti. Tada, ako je skretanje kazaljke npr. 67 podeoka, to odgovara naponu od 6.7 V.

Prema pravilu, sa skale je moguće očitavati samo vrednosti koje odgovaraju podeocima skale. Pokazivanja između dva podeoka je potrebno zaokružiti na prvi bliži podeok.

Proširena rezolucija je konvencija kojom se dozvoljava da se očitavaju vrednosti k puta manje od vrednosti jednog podeoka, kada kazaljka pokazuje između dva susedna podeoka.

Najčešće, ova konvencija dozvoljava da se očitava i polovina između dva susedna podeoka, pa je najmanja vrednost x_{0k} koju je moguće očitati za $k = 2$:

$$x_{0k} = \frac{x_0}{k} = \frac{x_0}{2}$$

U Primeru 1, najmanja vrednost bi sada bila 0.05 V.

Ovaj način očitavanja se odnosi na slučaj kada se vrši očitavanje bez dodatnih optičkih pomagala. Specijalne lupe i slična vizuelna pomagala, sa precizno skaliranom končanicom, omogućavaju, po istoj konvenciji, da se očitavanje vrši između dva podeoka na 5, 10 ili više manjih delova, tj. sa $k > 2$.

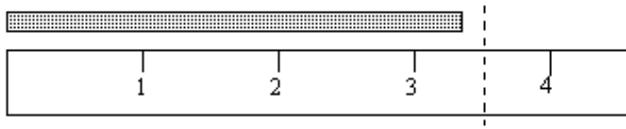
Na ovim vežbama se koristi konvencija sa faktorom $k = 2$.

Greška očitavanja (zaokruživanja) $|\Delta x_0|$ sa skale je jednaka ili manja od polovine vrednosti najmanjeg podeoka.

$$|\Delta x_0| \leq \frac{x_0}{2} = x_{0k}$$

Objašnjenje: Ako posmatramo primer lenjira koji ima samo oznake centimetara, svako merenje dužine preko 3.0 cm a manje od 3.5 cm moramo zaokružiti na 3.0 cm, pa će greška biti manja od polovine najmanjeg podeoka, tj. manja od 0.5 cm. Isto važi i ako je merena dužina iznad 3.5 cm a manja od 4.0 cm, tada uvek zaokružujemo na 4.0 cm. Ako je merena dužina TAČNO 3.5 cm, tj. poklapa se sa zamišljenom isprekidanim linijom između dva podeoka, bez

obzira da li zaokružimo na 3.0 ili 4.0 cm, greška usled zaokruživanja je jednaka polovini najmanjeg podeoka. Odavde vidimo da greška zaokruživanja iznosi pola najmanjeg podeoka (što je istovremeno i proširena rezolucija), ili manje.



SKALA INSTRUMENTA

Ako su podeoci na skali ekvidistantni (rastojanje između dva susedna podeoka je isto na svim delovima skale), kažemo da je skala *linearna*. Ako ovo nije ispunjeno, imamo *nelinearnu* skalu (npr. logaritamsku).

Veza skale i mernog opsega

Postoje tri osnovna slučaja:

1. Jedno područje i jedna skala – veličina se direktno očitava. Npr. ako je opseg 30 V, tada je oznaka poslednjeg podeoka takođe 30 V.
2. Više područja i jedna skala – potrebno je skaliranje. U ovim slučajevima je skala izražena samo u podeocima, a vrednost svakog podeoka se skalira prema opsegu koji se koristi. Npr. voltmetar sa tri merna opsega (150, 300 i 600 V) i skalom sa 100 podeljaka. Za 150 V, tada 100. podeok označava 150 V, a jedan podeok iznosi 1.5 V. Za opseg 300 V, 100. podeok iznosi 300 V, a jedan podeok je 3.0 V, dok je za opseg 600 V jedan podeok 6.0 V.
3. Više područja i više skala – direktno očitavanje sa odgovarajuće skale sa ili bez skaliranja. Npr. voltmetar sa pet opsega (1.5, 6, 30, 150 i 600 V) i tri skale - 30, 150 (obe sa po 30 podeoka) i 600 (sa 60 podeoka). Tada se za očitavanje opsega bira skala koja je najprostiji (najlakši) umnožak opsega. Opseg 1.5 V se čita sa skale 150 – 30. podeok označen “150” je 1.5 V sa rezolucijom 0.05 V. Opseg 6 V se čita sa skale 600 - 60. podeok označen sa “600” je 6 V, sa rezolucijom 0.1 V. Opseg 30 V se čita sa skale 30 - 30. podeok označen sa “30” je 30 V, sa rezolucijom 1 V. Opseg 150 V se čita sa skale 150 - 30. podeok označen sa “150” je 150 V, sa rezolucijom 5 V. Opseg 600 V se čita sa skale 600 - 60. podeok označen sa “600” je 600 V, sa rezolucijom 10 V.

Sve tri skale mogu imati podeoke koji se poklapaju, što olakšava očitavanje. U nekim slučajevima skale nemaju istu raspodelu podeoka, pa je tada potrebno strogo voditi računa sa koje se skale očitava.

Veličina koja se meri je naznačena jedinicom iz (najčešće) SI sistema, obično ispod ili neposredno pored skale.

Merno područje - veličina koja se meri može biti: nA, μ A, mA, A, kA, μ V, nV, mV, V, kV, m Ω , Ω , k Ω , M Ω , W, kW, MW, VA_r, kVA_r, MVA_r, cos ϕ , Hz, kHz, MHz, GHz, pF, nF, μ F, mF, F, μ H, mH, H, °C, mT, T, %,...

Na skali instrumenta, obično na donjem delu, nalaze se standardizovane oznake koje označavaju bitne karakteristike samog instrumenta.

Tip veličine koja se meri

	jednosmerni (DC)
	naizmenični (AC)
	jednosmerni i naizmenični (DC+AC)
	trofazni naizmenični

Klasa tačnosti – može biti izraženo više različitih vrednosti za različite merne opsege i područja

1.5	greška izražena kao procenat mernog opsega $kl_x = \frac{\max \Delta x }{x_{\max}} \cdot 100 \%$
1.5	greška izražena kao procenat od tačne vrednosti $kl_x = \frac{\max \Delta x }{x_{tačno}} \cdot 100 \%$
1.5	greška izražena kao procenat ukupne dužine skale l izražene u cm ili broju podeoka α - kod omjetara $kl_x = \frac{\max \Delta l }{l_{\max}} \cdot 100 \% = \frac{\max \Delta \alpha }{\alpha_{\max}} \cdot 100 \%$

Definicija **klase tačnosti** instrumenta za merenje veličine x iskazana u procentima:

$$kl_x = \frac{\max |\Delta x|}{x_{dogovoren}} \cdot 100 \% = \frac{\max |\Delta x|}{x_{\max}} \cdot 100 \% ,$$

gde je $\max |\Delta x|$ najveća dozvoljena absolutna vrednost absolutne greške merenja, a $x_{dogovoren}$ je najčešće merni opseg x_{\max} na kojem se vrši merenje.

Klasa tačnosti se na instrumentima uobičajeno označava samo brojem, pri čemu se podrazumeva da je vrednost iskazana u procentima (%).

Vrednosti klase tačnosti su standardizovane. Najčešće se koristi niz vrednosti propisan prema odgovarajućem standardu (nekada DIN za Nemačku i JUS za Jugoslaviju, danas EN za zemlje EU i SRPS za Srbiju): 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5 i 5.0.

Konkretnе vrednosti klase tačnosti zavise od standarda koji se koristi u zemlji proizvođača instrumenta, kao i od godine proizvodnje. Vrednosti mogu biti i drugačije od onih navedenih u prethodnom primeru – dodaju se još neke vrednosti, npr. 0.25, 2.0, 3.0, 4.0, 8.0...

Ukoliko se izračunata klasа instrumenta nalazi između dve standardne vrednosti, npr. 1.22, tada se na instrumentu mora iskazati prva VEĆA standardna vrednost, u ovom slučaju 1.5.

Ukoliko bi se zaokružilo na manju vrednost (npr. 1.0), proizvođač bi dao lažnu informaciju o tačnosti instrumenta.

Takođe, nije moguće vrednost zaokružiti na 1.3, jer to nije standardna vrednost klase tačnosti.

Primer: Kolika je maksimalna greška koja se može dobiti merenjem voltmetrom klase tačnosti 0.5 na opsegu 20 V?

$$kl_x = 0.5 \% \quad U_{\text{dogovoren}} = U_{\text{max}} = 20 \text{ V}$$

$$\max |\Delta U| = \frac{kl_v \cdot U_{\text{max}}}{100} = \frac{0.5 \cdot 20 \text{ V}}{100} = 0.1 \text{ V}$$

Tip instrumenta (najčešće oznake)

	sa kretnim kalemom (KK) – običan i sa ukrštenim kalemovima
	sa mekim (pokretnim) gvožđem (MG) – običan i sa stalnim magnetom
	elektrodinamički i ferodinamički
	sa izolovanim i neizolovanim termopretvaračem
	kvocijentni elektrodinamički i kvocijentni ferodinamički
	sa pokretnim magnetom - običan i kvocijentni
	elektrostatički
	indukcioni – običan i kvocijentni
	sa bimetalom

Osnovne oznake na analognim instrumentima

	sa podešavanjem nule
	sa KK i ispravljačem (jednostranim ili dvostranim)
	sa spoljnim šantom i sa spoljnim predotpornikom
	sa aktivnom elektronikom (baterijsko napajanje)*
	upozorenje na posebno uputstvo za određena merenja

**Pasivni analogni instrumenti* napon i struju mere “krađom” malog dela ulazne struje kojom se pokreće kazaljka – nije im potreban poseban izvor napajanja. Kod merenja otpora mora postojati izvor napona koji će stvoriti tu struju kroz mereni otpornik, ali je sam instrument i dalje pasivnog tipa. Kod *aktivnih analognih instrumenata* kazaljka se upravlja elektronskim kolima i pokreće se strujom iz baterije u instrumentu, nema “krađe” ulazne struje, pa je i greška merenja manja. Pasivni instrumenti mogu da mere uvek kada postoji ulazni signal, a aktivni samo kada je ugrađena pogonska baterija dovoljno napunjena.

Radni položaj instrumenta

	vertikalnan – pod 90° u odnosu na podlogu
	horizontalan – instrument leži na podlozi
	skala mora biti pod naznačenim uglom prema podlozi

Ispitni napon (maksimalni napon koji može da izdrži uređaj tokom 1 minuta a da ne eksplodira – nije napon koji se meri uređajem već u slučaju neke havarije)

	ispod 500 V
	iznad 500 V, iskazano u kV (ovde 2 kV)

Radna frekvencija – ako nije posebno naznačena, podrazumeva se da je instrument optimizovan za 50 Hz, pri čemu obično sa istom greškom radi i na opsegu 40 - 400 Hz. Za druge frekvencije ulaznog signala se, posebno navode karakteristike instrumenta.

Unutrašnja otpornost – za instrumente sa više opsega dati su podaci o unutrašnjoj otpornosti za svaki opseg posebno ili kao jedna karakteristična unutrašnja otpornost iz koje se izračunavaju unutrašnje otpornosti svakog opsega.

Osnovna pravila za bezbedno merenje na laboratorijskim vežbama:

- *Pažljivo pročitaj uputstvo za merenje PRE početka termina za vežbu.*
- *Laboratorija nije mesto za neozbiljno ponašanje, vodi računa šta i kako radiš. Ne ometaj ostale dok rade vežbu. Isključi zvono na mobilnom telefonu. Vodi računa šta se dešava na stolu ispred tebe, socijalne mreže ostavi za posle vežbi.*
- *U šuko-utičnice na stolu se NIŠTA ne priključuje, sve što treba da je priključeno je već priključeno, i tu se ništa dira. Nemoj ubacivati žice, olovke, makazice, šrafcigere, turpijke za nokte, spajalice, šestare, niti bilo šta drugo u šuko-utičnice jer su one pod mrežnim naponom – možeš stradati od strujnog udara! Sama aparatura za vežbe je izolovana i bezbedna za rad.*
- *Ništa ne uključuj dok dežurni asistent ne proveri ispravnost spojenog kola.*
- *Pažljivo rukuj sa uređajima, nisu predviđeni da padaju sa visine niti da se na njima vežba snaga! Prekidače i potenciometre okreći polako i postepeno, a ne naglo “iz zgloba”.*
- *Isključi sve izvore napona i struje pre spajanja šeme. Isključi i merni uređaj, ako je moguće.*
- *Proveri ponovo da li je sve dobro spojeno. Mase i mase skoro uvek idu zajedno u istu tačku, tj. na isti potencijal. Masa i plus napajanja skoro nikada ne idu u istu tačku.*
- *Ako ne znaš koliku izmerenu vrednost očekuješ, uvek kreni od najvećeg mernog opsega!*
- *Prvo uključi merni instrument, pa tek onda izvore napajanja.*
- *Ako se napon i struja mere istim instrumentom, pre merenja napona podesi naponsko merno područje. Zatim isključi izvor ili barem odspoji merni instrument iz kola. Promeni na strujno merno područje i vrati instrument u kolo. Menjanje mernih područja direktno pod naponom može spaliti instrument!*
- *Nemoj dirati žice koje su pod naponom tokom merenja! Ako nešto moraš da promeniš u kolu, prvo isključi ili smanji napajanje.*
- *Ako je moguće, dovoditi napon ili struju na instrument prvo od nule, pa postepeno povećavati do potrebne jačine, ne uključivati odmah na maksimum.*

- *Isključi SVE izvore napajanja, zatim merni instrument, tek onda odspajaj provodnike. Ako ima više mernih uređaja u kolu, prvo isključi najskuplji!*
- *Provodnik se ne čupa iz table sa čvorištima. Kontakt utikač se izvlači iz ležišta onako kako je i ubačen u njega, povlačenjem za plastično telo kontakta, ne za žicu!*
- *Sa povećavanjem ulaznog napona ili struje, potrebno voditi računa da se merni opseg poveća **PRE** nego što kazaljka instrumenta stigne do kraja skale!*

PISANJE DECIMALA

Za instrument iz Primera 1, rezultati se mogu pisati samo na jednu decimalu (za osnovnu rezoluciju), odnosno dve (za proširenu rezoluciju) u inkrementima od 0.05 V. To znači da nije moguće očitati npr. 5.02 V, već samo 5.00 V ili 5.05 V, zavisno od procene zaokruživanja.

Ovde se mora naglasiti **konvencija konzistentnosti rezolucije** u pisanju rezultata.

U ovom primeru, moramo pisati 5.00 V a ne 5 V ili 5.0 V.

Zapis 5 V znači da tačna vrednost rezultata može biti npr. 5.0, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 ili 5.5 V (5.6 V ne, jer bi se zaokružilo na 6 V u ovom slučaju).

Zapis 5.0 V znači da tačna vrednost rezultata može biti npr. 5.00, 5.01, 5.02, 5.03, 5.04 ili 5.05 V (5.06 V ne, jer bi se zaokružilo na 5.1 V u ovom slučaju).

Zapis 5.00 V znači da tačna vrednost rezultata može biti npr. 5.000, 5.001, 5.002, 5.003, 5.004 ili 5.005 V (5.006 V ne, jer bi se zaokružilo na 5.01 V u ovom slučaju).

U matematici 5 V i 5.00 V su isto, međutim u merenjima to nije slučaj. Ovakvim zapisom pokazujemo da znamo da su prva i druga decimala nule, a da tek za treću decimalu ne znamo koliko tačno iznosi. Ovime dobijamo precizniji rezultat, veće rezolucije.

Drugi deo konvencije zahteva da se SVI rezultati merenja iste veličine na jednom opsegu, zapisuju sa istim brojem decimala.

U prethodnom primeru to znači da ne možemo imati niz rezultata merenja napona na opsegu 10 V:

1.2 V, 2 V, 3.25 V, 4.6 V, 5.75 V, 8 V.

Ispravan način zapisa prethodnog primera je:
1.20 V, 2.00 V, 3.25 V, 4.60 V, 5.75 V, 8.00 V.

Kada se meri neka druga veličina ili ista na drugom opsegu, broj decimala zavisi od rezolucije tog drugog opsega, i ne mora se poklapati sa brojem decimala prvog opsega. Važno je da svi rezultati sa jednog opsega imaju isti broj decimala!

Rezolucija tj. broj decimala instrumenta se ne mogu izmišljati! U Primeru 1 nije moguće očitati 3.756 V ni 5.33333 V. Validno je očitavanje 3.75 V i 5.35 V.

Broj decimala kod rezultata koji se računaju može biti proizvoljan. Preporuka je da se u računu koristi minimum dve decimale, četiri optimalno (ili veći broj, po potrebi). Kod zapisa izračunatih rezultata, koristiti broj decimala jednak ili veći od broja decimala očitanih vrednosti merenja. I ovde je bitno naglasiti da SVI izračunati rezultati iste vrste MORAJU imati isti broj decimala!

Ako se npr. računa struja kroz potrošač na osnovu izmerenih napona i poznatog otpora, ne može se pisati 1.5678, 2.4 i 3.6666667 mA. Ispravan zapis bi bio npr. 1.5678, 2.4000 i 3.6667 mA. Ove rezultate smo mogli zapisati i sa više i sa manje decimala, zavisno od potrebe, ali uvek sa istim brojem decimala za svaki rezultat.

Pri rešavanju ispitnih zadataka, pogledati koliko decimala imaju ponuđena rešenja, pa računati sa minimum jednom decimalom više. Ako se u toku računanja menja broj decimala, usled neadekvatnog načina zaokruživanja rezultata može doći do izračunate vrednosti koja se nalazi između dva ponuđena rešenja!

Česta greška je da se izmerena i tačna vrednost izraze nepraktično, npr. u amperima umesto u mA ili μ A, 0.00122 A i 0.00121 A, što nam daje veliki broj decimala (u ovom slučaju imamo tri značajne cifre). Problem nastaje ako zbog lakšeg i bržeg izračunavanja zaokružujemo na npr. četiri decimale, pa u ovom slučaju dobijamo da je apsolutna greška merenja 0 A tj. kao da greške nema, umesto 10 μ A. Zato je potrebno izražavati vrednosti tako da to bude praktično za računanje, u ovom primeru 1.22 mA i 1.21 mA (ili 1220 μ A i 1210 μ A).

Osnovne oznake na analognim instrumentima

Tablica izvoda	Tablica integrala
$c' = 0, c = \text{const}$ $(x^a)' = ax^{a-1}, (a \neq 0)$ $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ $(a^x)' = a^x \ln a, (a > 0)$ $(e^x)' = e^x$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, (a > 0, a \neq 1, x > 0)$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}, (x > 0)$ $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, (x < 1)$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, (x < 1)$ $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$	$\int kdx = kx + C$ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (a > 0, a \neq 1)$ $\int e^x dx = e^x + C$ $\int \sin x dx = -\cos x + C$ $\int \cos x dx = \sin x + C$ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$ $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, (a \neq 0)$ $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C, (a \neq 0)$ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C, (x < a, a \neq 0)$ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln \left x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right + C,$

Adicione formule	
I Trigonometrijske funkcije zbiru i razlike uglova	II Trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla
1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cdot \cos \alpha$	1. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$	2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
3. $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$	3. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
4. $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta \mp 1}{\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha}$	4. $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg}\alpha}$
III Trigonometrijske funkcije poluuglova ugla	
1. $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$	1. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
2. $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$	2. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
3. $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$	3. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
4. $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$	4. $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
IV Transformacija zbiru i razlike trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto	
	5. $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$
	6. $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$
	7. $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$

PLAN IZRADE VEŽBI PREMA NASTAVNOM PREDMETU

Iz predmeta Električna merenja (EM) rade se kompletne vežbe iz ovog Parktikuma. Za predmete Merenja u elektronici (MUE) i Električna i elektronska merenja u industriji (EEMI) redukovani su zahtevi i važe sledeće izmene, usled manjeg fonda časova i razlika u gradivu:

VEŽBA 1

MUE: Ne meri se maketa R_Y . Ne rade se poglavlja 1.2.7, 1.5, 1.6.3, 1.6.5, 1.7.

EEMI: Ne meri se maketa R_Y . Ne rade se poglavlja 1.2.7, 1.6.3.

VEŽBA 2

MUE: Ne rade se poglavlja 2.1.3, 2.1.5, 2.1.6, 2.2.3, 2.3.

EEMI: Ne rade se poglavlja 2.1.3, 2.1.6, 2.2.3.

VEŽBA 3

MUE: U tabeli 3.1 se mere vrednosti samo za 50 Hz. U tabeli 3.2 se mere vrednosti samo za 0.1 Hz. Ne radi se poglavlje 3.7.

EEMI: U tabeli 3.1 se mere vrednosti samo za 50 Hz. U tabeli 3.2 se mere vrednosti samo za 0.1 Hz.

VEŽBA 4

MUE: Ne rade se poglavlja 4.1.5, 4.2. Nije neophodno izračunati sve vrednosti iz poglavlja 4.1.2 u tabeli 4.1.1 i poglavlja 4.1.4 u tabeli 4.1.2.

EEMI: Ne radi se poglavlje 4.2.

VEŽBA 5

MUE: Ne rade se poglavlja 5.1.2.2, 5.1.6, 5.2.

EEMI: Ne rade se poglavlja 5.1.2.2, 5.1.5, 5.1.6.

VEŽBA 6

MUE: Radi se samo $n = 50$ ponovljenih merenja u poglavlju 6.1. Nije neophodno uraditi poglavlja 6.3 i 6.5.

EEMI: Radi se samo $n = 80$ ponovljenih merenja u poglavlju 6.1. Nije neophodno uraditi poglavlje 6.3.

VEŽBA BROJ 1

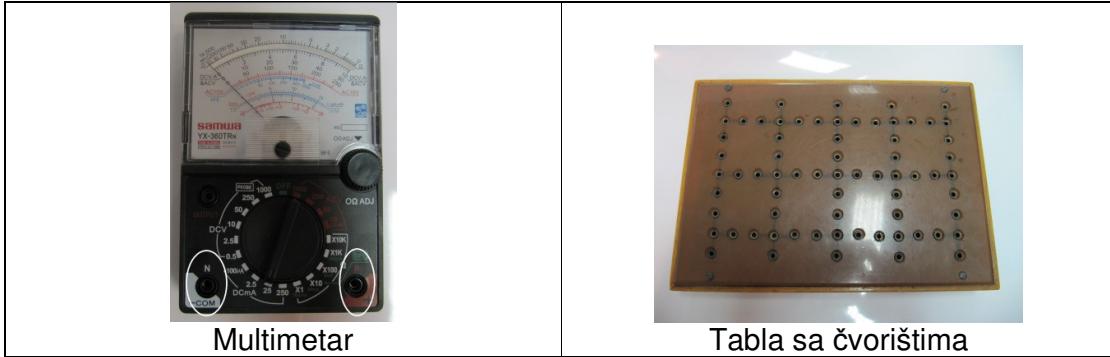
UTICAJ SISTEMATSKE GREŠKE NA REZULTAT MERENJA

ZADATAK: Izmeriti otpornost datog otpornika U/I metodom, naponskim i strujnim spojem, i analizirati uticaj sistematske greške koja nastaje zbog konačnih unutrašnjih otpornosti upotrebljenih instrumenata.

PRIBOR:

- E - izvor jednosmernog napona +12 V;
- R₁ - promenljivi otpornik – klizni potenciometar **PRN 432**, 330 Ω;
- A - miliampermetar **Э513**;
- A₀ - multimeter **YX-360TR_N**;
- V - voltmeter **BL 1**;
- R_X, R_Y – makete sa otpornicima nepoznate otpornosti;
- ... - tabla sa čvorištima + 9 kablova.

 <p>Izvor jednosmernog napona</p>	 <p>Klizni potenciometar</p>
 <p>Miliampermetar</p>	 <p>Voltmetar</p>
 <p>Makete nepoznatih otpornosti</p>	 <p>Opsezi voltmetra</p>



UVOD

Po načinu nastanka, greške se mogu podeliti na **sistematske, slučajne i grube**.

Rezultat merenja koji sadrži **grubu grešku** se lako prepozna jer je neočekivan i nelogičan, pa ga treba odbaciti. Grube greške nastaju usled lošeg povezivanja ili neispravne instrumentacije, pogrešne metode, pogrešnog očitavanja itd.

Slučajne greške se uočavaju kod višestrukih merenja. Ako se više puta sprovodi merenje pod istim uslovima, dobijaju se različiti rezultati merenja kao posledica niza uticajnih faktora. Usled prisustva slučajnih grešaka rezultat merenja je nekada veći, a nekada manji od prave vrednosti. Usrednjavanjem većeg broja rezultata merenja postiže se smanjenje uticaja slučajnih grešaka.

Sistematske greške utiču na rezultat merenja uvek na isti način. Ukoliko poznajemo mehanizam nastanka sistematske greške, možemo izvršiti korekciju, odnosno otkloniti uticaj sistematske greške.

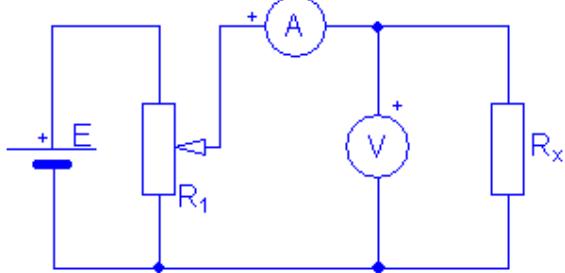
UPUTSTVO ZA MERENJE

1.1 Merenje otpornosti naponskim spojem U/I metode

Sastaviti kolo prema šemi na slici 1.1.

Jednosmerni naponski izvor E i potenciometar R_1 daju mogućnost podešavanja napona u ostatku kola.

Kao izvor napona koristiti priključke **E2**, voditi računa da je gornji priključak "+" polaritet, a donji je "-" polaritet izvora.



Slika 1.1. Merenje otpornosti naponskim spojem U/I metode

Uticaj sistematske greške na rezultat merenja

Pre uključivanja izvora klizač potenciometra R_1 (crveni priključak) postaviti u takav položaj da struja kroz ampermetar i napon na voltmetru budu minimalni (klizač spušten na kraj koji je povezan na masu). Kod potenciometra se ne koristi zeleni priključak (uzemljenje).

Na R_X prekidač prebaciti u položaj 1, čime se prvo meri nepoznata otpornost R_{X1} .

Na voltmetru podesiti opseg 6 V. Na miliampermetru pre uključenja postaviti opseg na 40 mA, a posle uključenja izvora, smanjiti opseg na **10 mA**.

Ručicu klizača potenciometra R_1 pomerati dok voltmetar ne pokaže napon od 1 V. Očitati odgovarajuću vrednost struje I_1 i uneti u tabelu 1.1. Ponoviti postupak i za napone od 2 V do 6 V, sa korakom od 1 V.

Sada smanjiti napon na klizaču na minimum, a opseg miliampermetaра povećati na **40 mA** i sva dalja merenja očitavati na tom ospegu.

Na R_X prekidač prebaciti u položaj 2, čime se meri nepoznata otpornost R_{X2} , i ponoviti postupak opisan za R_{X1} i uneti očitavanja I_2 u tabelu 1.1.

Smanjiti napon potenciometrom na nulu. Ampermetar A zameniti sa A_0 i R_X sa R_Y . Pozitivni kraj se priključuje na "+" ulaz instrumenta, a negativan na "-COM" priključak. Pre uključenja, preklopnik opsega postaviti na opseg **250 mA** na **DCmA** području. Vrednosti se očitavaju sa skale "DCV, A & ACV". Na toj skali su zapravo tri paralelne skale, očitavati onu sa dometom 250. Ponoviti postupak merenja opisan u prethodnom delu, sada za R_{Y1} (za položaj 1 na otpornosti R_Y) i R_{Y2} (za položaj 2 na R_Y).

Za R_{Y1} koristiti samo opseg **250 mA**, za R_{Y2} samo opseg **2.5 mA**.

Svaki merni opseg ima drugačiju unutrašnju otpornost, o čemu treba voditi računa pri proračunu greške.

Unutrašnje otpornosti A_0 strujnog mernog opsega DCmA su dati tabelarno:

merni opseg DCmA	R_{A0}
100 uA	2.5 kΩ
2.5 mA	98.2 Ω
25 mA	10.2 Ω
250 mA	1.2 Ω

Izračunati merenu vrednost otpornosti R_m kao količnik napona i struje:

$$R_{X1m} = \frac{U}{I_1} \quad R_{X2m} = \frac{U}{I_2} \quad R_{Y1m} = \frac{U}{I_3} \quad R_{Y2m} = \frac{U}{I_4}$$

U	V	1	2	3	4	5	6
I_1	mA						
R_{X1m}	Ω						
I_2	mA						
R_{X2m}	Ω						
I_3	mA						
R_{Y1m}	Ω						
I_4	mA						
R_{Y2m}	Ω						

Tabela 1.1. Rezultati merenja otpornosti naponskim spojem U/I metode

U tabeli 1.2 zabeležiti vrednosti karakteristika mernih instrumenata koje su neophodne za sva izračunavanja u tački 1.1.

	U_{max}	V	R_{X1}	R_{X2}	R_{Y1}	R_{Y2}
Korišćeni opseg voltmetra V	U_{max}	V				
Klasa tačnosti voltmetra V	kl_V	%				
Unutrašnja otpornost voltmetra V	R_V	k Ω	6	6	6	6
Maksimalna relativna greška poznavanja R_V	$\frac{\Delta R_V}{R_V}$	%	+/-1	+/-1	+/-1	+/-1
Korišćeni opseg ampermetra A	I_{max}	mA				
Klasa tačnosti ampermetra A	kl_A	%				
Korišćeni opseg multimetra A ₀	I_{0max}	mA				
Klasa tačnosti multimetra A ₀	kl_{A0}	%			3	3

Tabela 1.2. Vrednosti karakteristika mernih instrumenata za naponski spoj U/I metode

1.2. Za tačku merenja (U_n , I_n) pri kojoj je izmerena struja najближа maksimalnoj vrednosti korišćenog mernog opsega, izračunati korigovanu vrednost merene otpornosti R_X i R_Y , absolutnu i relativnu sistematsku grešku, kao i sigurne granice greške merenja.

1.2.1 Merena vrednost otpornosti dobija se po Omovom zakonu (merenje je najtačnije na kraju mernog opsega pa se stoga uzima poslednje merenje):

$$R_{mX1} = \frac{U_{nX1}}{I_{nX1}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_{mX2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_{mY1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_{mY2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

1.2.2 Sistematska greška se javlja uvek na isti način i u istoj meri, pri svakom ponovljenom merenju. Često se ne može ukloniti njen izvor, ali se može eliminisati njen uticaj kroz proračun. Merena vrednost ovde sadrži sistematsku grešku, jer nismo uzeli u obzir konačnu otpornost voltmetra. Ova otpornost je paralelno vezana otporniku R_X (ili R_Y), pa vrednost koju smo dobili za R_m predstavlja paralelnu vezu unutrašnje otpornosti voltmetra R_V i nepoznate otpornosti R_X (ili R_Y).

Izvesti izraz:

$$R_m = R_X \parallel R_V \Rightarrow R_X = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_V}} = \frac{1}{1 - \frac{R_m}{R_V}} \cdot R_m$$

$$R_{X1} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$R_{X2} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$R_{Y1} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$R_{Y2} = \underline{\hspace{100pt}}$$

1.2.3 Apsolutno iskazana sistematska greška predstavlja razliku merene i "prave" vrednosti, dakle između vrednosti koja sadrži sistematsku grešku i vrednosti kod koje ne postoji sistematska greška Izražava se u jedinicama merene veličine.

$$\Delta R_{X1} = R_{mX1} - R_{X1} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\Delta R_{X2} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\Delta R_{Y1} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\Delta R_{Y2} = \underline{\hspace{100pt}}$$

1.2.4 Korekcija je vrednost koju dodajemo na izmerenu vrednost da bismo eliminisali, u ovom slučaju, sistematsku grešku. Korekcija ima vrednost apsolutne greške, ali je suprotnog znaka.

1.2.5 Relativno iskazana sistematska greška se dobija kao količnik apsolutne greške i "prave" vrednosti, iskazan u procentima:

$$\frac{\Delta R_{X1}}{R_{X1}} = \frac{R_{mX1} - R_{X1}}{R_{X1}} \cdot 100 = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\frac{\Delta R_{X2}}{R_{X2}} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\frac{\Delta R_{Y1}}{R_{Y1}} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\frac{\Delta R_{Y2}}{R_{Y2}} = \underline{\hspace{100pt}}$$

U korigovanom rezultatu merenja (eliminisan uticaj sistematske greške) ostaju da postoje uticaji slučajnih grešaka. Ovde ćemo kao uzroke slučajnih

grešaka posmatrati netačnost voltmatra i ampermetra, kao i nepoznavanje tačne vrednosti unutrašnje otpornosti voltmatra.

1.2.6 Sigurne granice greške merenja predstavljaju način da se proceni najveća moguća vrednost greške merenja ovom metodom.

Polazimo od izraza po kojem se izvedena veličina (indirektno određena), u ovom slučaju R_X , određuje na osnovu izmerenih i saopštenih vrednosti U , I i R_V .

Dati izraz napisati u jednostavnijem obliku radi lakšeg računanja:

$$R_X = \frac{R_m}{1 - \frac{R_m}{R_V}} = \frac{U/I}{1 - \frac{U/I}{R_V}} = \text{_____}$$

Iz ovog izraza treba odrediti totalni diferencijal:

$$\Delta R_X = \frac{\partial R_X}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial R_X}{\partial I} \Delta I + \frac{\partial R_X}{\partial R_V} \Delta R_V$$

Sabirke u izrazu za totalni diferencijal treba uzeti po absolutnoj vrednosti jer na taj način dobijemo najgoru moguću situaciju gde se sve greške sabiraju (istog su znaka). To ne znači da će greška uvek biti tolika, već da pouzdano znamo da greška ne može biti veća od te vrednosti! U realnom slučaju, neki sabirci imaju negativne, a neki pozitivne predznačke, i greška je obično dosta manja.

Konkretna vrednost greške se određuje za svako merenje, a ovime dobijamo mogućnost upoređivanja date metode merenja sa ostalim metodama, na osnovu procenjenih najvećih vrednosti greške.

Ovaj izraz predstavlja **sigurne granice greške u apsolutnom obliku**.

$$|\Delta R_X| \leq \left| \frac{\partial R_X}{\partial U} \Delta U \right| + \left| \frac{\partial R_X}{\partial I} \Delta I \right| + \left| \frac{\partial R_X}{\partial R_V} \Delta R_V \right| = \text{_____}$$

$$|\Delta R_{X1}| \leq \text{_____}$$

$$|\Delta R_{X2}| \leq \text{_____}$$

$$|\Delta R_{Y1}| \leq \text{_____}$$

$$|\Delta R_{Y2}| \leq \text{_____}$$

Uticaj sistematske greške na rezultat merenja

Deljenjem prethodnog izraza vrednošću R_X , dobija se izraz za **sigurne granice greške u relativnom obliku**:

$$\left| \frac{\Delta R_X}{R_X} \right| \leq \Gamma_V + \Gamma_A + \Gamma_{R_V} = \left(\frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial U} \Delta U \right| + \frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial I} \Delta I \right| + \frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial R_V} \Delta R_V \right| \right) \cdot 100 =$$

1.2.7 Tri sabirka u prethodnom izrazu predstavljaju doprinos voltmetra, ampermetra i unutrašnje otpornosti voltmetra ukupnoj grešci. Potrebno je uporediti ova tri doprinosova, da bismo mogli zaključiti kako najlakše možemo smanjiti grešku merenja.

$$\left| \frac{\Delta R_{X1}}{R_{X1}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{X2}}{R_{X2}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{Y1}}{R_{Y1}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{Y2}}{R_{Y2}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

Vrednost ΔU predstavlja maksimalnu vrednost absolutne greške koja se mogla desiti prilikom očitavanja napona na voltmetru klase tačnosti k/l_V i na opsegu U_{max} . Vrednost ΔU se određuje na osnovu klase tačnosti i opsega voltmetra.

Vrednost ΔI predstavlja maksimalnu vrednost absolutne greške koja se mogla desiti prilikom očitavanja struje na ampermetru klase tačnosti k/l_A i na opsegu I_{max} . Vrednost ΔI se određuje na osnovu klase tačnosti i opsega ampermetra.

Vrednost ΔR_V predstavlja maksimalnu vrednost absolutne greške sa kojom poznajemo unutrašnju otpornost voltmetra.

1.3 U sledećoj tabeli uporediti veličine doprinosova voltmetra, ampermetra i unutrašnje otpornosti voltmetra (Γ_V , Γ_A , Γ_{A0} i Γ_{R_V}) ukupnoj vrednosti sigurnih granica greške.

	Γ_V %	Γ_A %	Γ_{A0} %	Γ_{R_V} %
R_{X1}				
R_{X2}				
R_{Y1}				
R_{Y2}				

Uticaj sistematske greške na rezultat merenja

Koja komponenta najviše doprinosi ukupnoj grešci?

Kako možemo smanjiti sigurne granice greške merenja?

1.4 Na osnovu sigurnih granica greške možemo kao rezultat merenja saopštiti **interval u kojem se nalazi prava vrednost**.

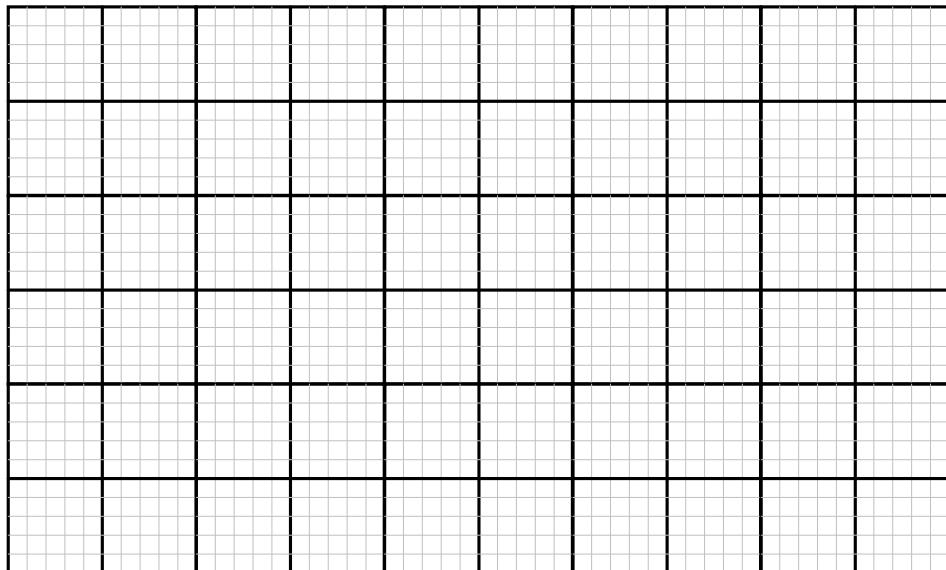
$$(R_{x1} - |\Delta R_{x1}|, R_{x1} + |\Delta R_{x1}|) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$(R_{x2} - |\Delta R_{x2}|, R_{x2} + |\Delta R_{x2}|) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$(R_{y1} - |\Delta R_{y1}|, R_{y1} + |\Delta R_{y1}|) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$(R_{y2} - |\Delta R_{y2}|, R_{y2} + |\Delta R_{y2}|) = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.5 Na slici 1.2 prikazati zavisnost $U = f(I)$. Kroz šest tačaka provući pravu liniju kao najbolju aproksimaciju svih rezultata za jednu otpornost, tako da se dobiju najmanja odstupanja od tačaka na grafiku. Neke tačke mogu biti iznad, a neke ispod te linije.



Slika 1.2. Zavisnost $U=f(I)$ pri merenju otpornosti naponskim spojem

Uticaj sistematske greške na rezultat merenja

Sa slike 1.2 grafički odrediti vrednost otpornosti R_{mg} , koja je jednaka koeficijentu pravca prave sa grafika. Određivanje koeficijenta pravca te prave: uočiti dve tačke na nacrtanoj pravoj liniji. Neka je tačka A prva tačka merenja sa koordinatama (I_A , U_A), a tačka B poslednja tačka merenja sa koordinatama (I_B , U_B). Tada je koeficijent pravca:

$$R_{mgX1} = \frac{\Delta U_{mgX1}}{\Delta I_{mgX1}} = \frac{U_{B1} - U_{A1}}{I_{B1} - I_{A1}} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$R_{mgX2} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$R_{mgY1} = \underline{\hspace{10em}}$$

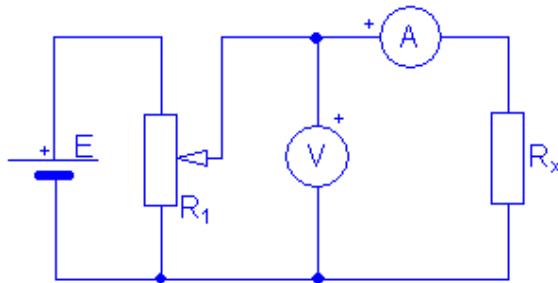
$$R_{mgY2} = \underline{\hspace{10em}}$$

Vrednosti ΔU_{mg} i ΔI_{mg} predstavljaju priraštaj po naponskoj i strujnoj osi, respektivno. Na x-osi se mogu napraviti različite skale za R_{X1} , R_{X2} , R_{Y1} i R_{Y2} , pošto sve zavisnosti treba predstaviti na istom grafiku.

1.6 Merenje otpornosti strujnim spojem U/I metode

Sastaviti kolo prema šemi na slici 1.3.

Izmeriti otpornost R_X strujnim spojem, menjajući napon u istom opsegu kao i kod merenja naponskim spojem.



Slika 1.3. Merenje otpornosti strujnim spojem U/I metode

Pri merenju sa ampermetrom A, R_{X1} meriti na opsegu **10 mA**, a R_{X2} na opsegu **40 mA**. Rezultate uneti u tabelu 1.3. Po završetku merenja, smanjiti napon pomoću R_1 , zameniti A sa A_0 i R_X sa R_Y , pa ponoviti sva merenja, na opsegu **250 mA** za R_{Y1} i **2.5 mA** za R_{Y2} .

U	V	1	2	3	4	5	6
I_1	mA						
R_{X1m}	Ω						
I_2	mA						
R_{X2m}	Ω						
I_1	mA						
R_{Y1m}	Ω						
I_2	mA						
R_{Y2m}	Ω						

Tabela 1.3 Rezultati merenja otpornosti strujnim spojem U/I metode

U tabeli 1.4 zabeležiti vrednosti onih karakteristika mernih instrumenata koje su neophodne za sva izračunavanja u poglavlju 1.6.

			R_{X1}	R_{X2}	R_{Y1}	R_{Y2}
Korišćeni opseg voltmetra V	U_{\max}	V				
Klasa tačnosti voltmetra V	kl_V	%				
Korišćeni opseg ampermetra A	I_{\max}	mA				
Klasa tačnosti ampermetra A	kl_A	%				
Unutrašnja otpornost ampermetra A	R_A	Ω				
Maksimalna relativna greška poznavanja R_A	$\frac{\Delta R_A}{R_A}$	%	+/-1	+/-1		
Korišćeni opseg multimetra A_0	$I_{0\max}$	mA				
Klasa tačnosti multimetra A_0	kl_{A0}	%			3	3
Unutrašnja otpornost multimetra A_0	R_{A0}	Ω				
Maksimalna relativna greška poznavanja R_{A0}	$\frac{\Delta R_{A0}}{R_{A0}}$	%			+/-1	+/-1

Tabela 1.4. Vrednosti karakteristika mernih instrumenata za strujni spoj U/I metode

1.6.2 Za tačku merenja (U_n , I_n) pri kojoj je izmerena struja najблиža maksimalnoj vrednosti korišćenog mernog opsega, izračunati korigovanu vrednost merene otpornosti R_X (ili R_Y), apsolutnu i relativnu sistematsku grešku, kao i sigurne granice greške merenja.

1.6.1 Merenu vrednost otpornosti dobijamo po Omovom zakonu:

$$R_{X1m} = \frac{U_{nX1}}{I_{nX1}} = \underline{\hspace{10em}} \quad R_{X2m} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$R_{Y1m} = \underline{\hspace{10em}} \quad R_{Y2m} = \underline{\hspace{10em}}$$

1.6.2 Ova vrednost sadrži **sistematsku grešku**, jer nismo uzeli u obzir konačnu otpornost ampermetra, koja je redno vezana sa merenom otpornošću. Merena vrednost R_m predstavlja otpornost redne veze otpornosti ampermetra R_A i nepoznate otpornosti R_X (ili R_Y).

1.6.3 Polazeći od izraza za merenu vrednost R_m , možemo odrediti **korigovanu vrednost R_X** :

Uticaj sistematske greške na rezultat merenja

$$R_m = R_A + R_X$$

$$R_X = R_m - R_A = \frac{U_n}{I_n} - R_A$$

Voditi računa da se unutrašnje otpornosti menjaju sa promenom opsega!

$$R_{X1} = R_{X1m} - R_A = (U_{nX1} / I_{nX1}) - R_A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$R_{X2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$R_{Y1} = R_{Y1m} - R_{A0} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$R_{Y2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.6.4 Apsolutno iskazana sistematska greška merenja je:

$$\Delta R_{X1} = R_{X1m} - R_{X1} = R_A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\Delta R_{X2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\Delta R_{Y1} = R_{A0} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\Delta R_{Y2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.6.5 Relativno iskazana sistematska greška merenja je:

$$\frac{\Delta R_{X1}}{R_{X1}} = \frac{R_A}{R_{X1}} \cdot 100 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{\Delta R_{X2}}{R_{X2}} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{\Delta R_{Y1}}{R_{Y1}} = \frac{R_{A0}}{R_{Y1}} \cdot 100 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{\Delta R_{Y2}}{R_{Y2}} = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.6.6 Odrediti izraz za sigurne granice greške u apsolutnom obliku:

$$|\Delta R_X| \leq \left| \frac{\partial R_X}{\partial U} \Delta U \right| + \left| \frac{\partial R_X}{\partial I} \Delta I \right| + \left| \frac{\partial R_X}{\partial R_A} \Delta R_A \right| = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$|\Delta R_{X1}| \leq \underline{\hspace{10cm}}$$

$$|\Delta R_{X2}| \leq \underline{\hspace{10cm}}$$

$$|\Delta R_{Y1}| \leq \underline{\hspace{10cm}}$$

$$|\Delta R_{Y2}| \leq \underline{\hspace{10cm}}$$

Odrediti izraz za **sigurne granice greške u relativnom obliku:**

$$\left| \frac{\Delta R_X}{R_X} \right| \leq \Gamma_V + \Gamma_A + \Gamma_{R_A} = \left(\frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial U} \Delta U \right| + \frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial I} \Delta I \right| + \frac{1}{R_X} \left| \frac{\partial R_X}{\partial R_A} \Delta R_A \right| \right) \cdot 100 =$$

$$\left| \frac{\Delta R_{X1}}{R_{X1}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{X2}}{R_{X2}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{Y1}}{R_{Y1}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left| \frac{\Delta R_{Y2}}{R_{Y2}} \right| \leq \underline{\hspace{2cm}}$$

1.6.3 U sledećoj tabeli uporediti veličine doprinosova voltmetra, ampermetra i unutrašnje otpornosti ampermetra (Γ_V , Γ_A , Γ_{A0} i Γ_{R_A}) ukupnoj vrednosti sigurnih granica greške.

	Γ_V %	Γ_A %	Γ_{A0} %	Γ_{R_A} %
R_{X1}				
R_{X2}				
R_{Y1}				
R_{Y2}				

Koja komponenta najviše doprinosi ukupnoj grešci?

Kako možemo smanjiti sigurne granice greške merenja?

1.6.4 Na osnovu sigurnih granica greške možemo kao rezultat merenja saopštiti **interval u kojem se nalazi prava vrednost**.

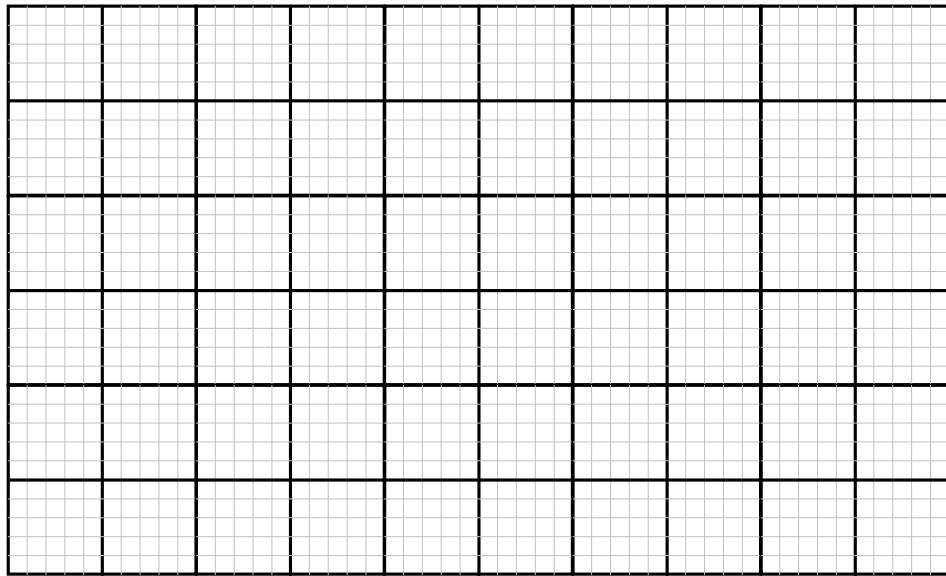
$$(R_{X1} - |\Delta R_{X1}|, R_{X1} + |\Delta R_{X1}|) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(R_{X2} - |\Delta R_{X2}|, R_{X2} + |\Delta R_{X2}|) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(R_{Y1} - |\Delta R_{Y1}|, R_{Y1} + |\Delta R_{Y1}|) = \underline{\hspace{10mm}}$$

$$(R_{Y2} - |\Delta R_{Y2}|, R_{Y2} + |\Delta R_{Y2}|) = \underline{\hspace{10mm}}$$

1.6.5 Na slici 1.3 prikazati zavisnost $U=f(I)$ i grafički odrediti vrednost izmerene otpornosti R_{mg} .



Slika 1.3. Zavisnost $U=f(I)$ pri merenju otpornosti strujnim spojem

$$R_{mgX1} = \frac{\Delta U_{mgX1}}{\Delta I_{mgX1}} = \frac{U_{B1} - U_{A1}}{I_{B1} - I_{A1}} = \underline{\hspace{10mm}} \quad R_{mgX2} = \underline{\hspace{10mm}}$$

$$R_{mgY1} = \underline{\hspace{10mm}} \quad R_{mgY2} = \underline{\hspace{10mm}}$$

1.7 ZAKLJUČAK

Uporediti dobijene intervale u kojima se nalazi vrednost nepoznate otpornosti na osnovu merenja naponskim i strujnim spojem. Ukoliko dobijeni intervali imaju zajedničke oblasti vrednosti, merenja su saglasna.

Da li su dobijeni rezultati saglasni? Ako jesu, naznačiti interval na kome su te zajedničke vrednosti.

Ako bismo imali idealan ampermetar (u pogledu unutrašnje otpornosti), koji spoj bismo trebali koristiti za određivanje otpornosti U/I metodom tako da nemamo sistematsku grešku?

Koji spoj se koristi u slučaju idealnog voltmatra (u pogledu unutrašnje otpornosti)?

Ako približno poznajemo vrednost merene otpornosti i znamo unutrašnje otpornosti voltmatra i ampermetra, kako možemo odrediti koji spoj (strujni ili naponski) daje manju sistematsku grešku merenja otpornosti U/I metodom?

VEŽBA BROJ 2

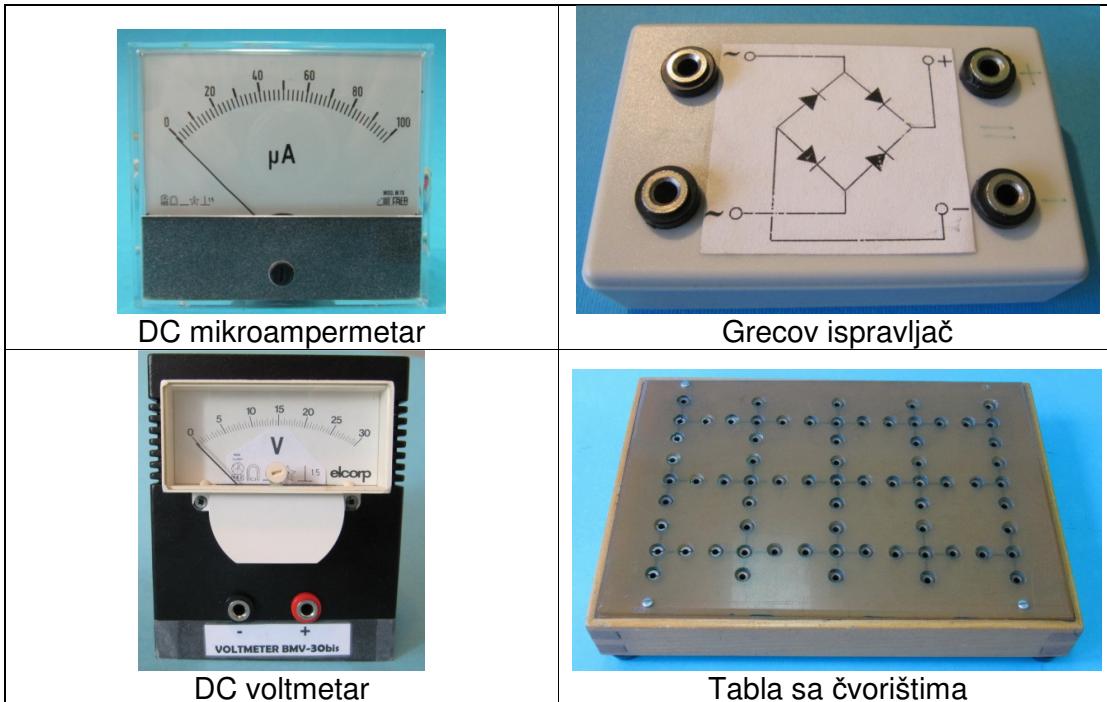
INSTRUMENT ZA MERENJE NAIZMENIČNE STRUJE I NAPONA

ZADATAK: Proširiti merno područje instrumenta sa kretnim kalemom koristeći jednostrani i dvostrani ispravljач.

- PRIBOR:**
- T_r - izvor naizmeničnog napona 24 V, 50 Hz;
 - V - AC voltmeter **515**;
 - V_1 - DC voltmeter **BMV-30bis**;
 - R_1 - klizni otpornik **PRN 432**, 10 000 Ω ;
 - R_p - dekadna kutija otpornosti **MA 2110** ili **MA 2112**, x k Ω ;
 - R_s - dekadna kutija otpornosti **MA 2100** ili **MA 2102**, x Ω ;
 - μA - DC mikroampermetar **M.70**, 100 μA ;
 - O - digitalni osciloskop **TDS 1001B**;
 - Gr - Grecov ispravljач (diode D1, D2, D3 i D4);
 - ... - tabla sa čvorištima + 1 sonda + 14 kablova.

	
Izvor naizmeničnog napona	AC voltmeter
	
Klizni potenciometar	Dekadna kutija otpornosti MA 2110
	
Dekadna kutija otpornosti MA 2102	Osciloskop

Instrument za merenje naizmenične struje i napona



UVOD

Instrument sa kretnim kalemom (KK) je namenjen za merenje jednosmernih (DC) veličina. U naizmeničnom (AC) režimu, instrument sa kretnim kalemom skreće srazmerno srednjoj vrednosti, a to je u najvećem broju slučajeva nula! Na primer, može se smatrati da mrežni napon ima prostoperiodični talasni oblik (sinusni) frekvencije $f = 1/T$ i amplitude U_m .

Srednja vrednost napona je definisana izrazom:

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \sin(2\pi ft) dt = \underline{\hspace{10cm}} = 0$$

Ako greškom uzmemos voltmeter sa kretnim kalemom i želimo da proverimo da li postoji naizmenični mrežni napon, instrument će izmeriti srednju vrednost, odnosno, pokazaće 0 V. To nas može navesti na pogrešan zaključak da u posmatranoj situaciji ne postoji napon, a on može biti i opasan po život (npr. mrežni napon 230 V).

Kod merenja u naizmeničnom režimu, prvenstveno nas interesuje **efektivna vrednost**. Instrumenti sa mekim gvožđem skreću srazmerno efektivnoj vrednosti.

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_m^2 \sin^2(2\pi ft) dt} = \underline{\hspace{10cm}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

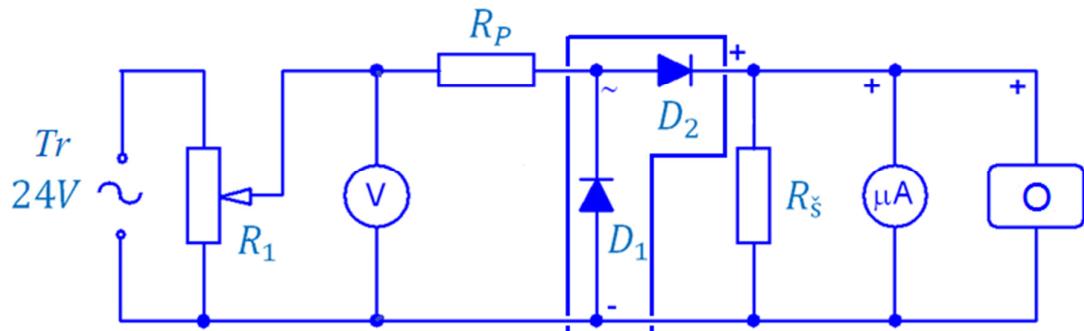
Primenom ispravljača, jednostranog ili dvostranog, od naizmenične veličine se može dobiti jednosmerna *pulsirajuća* veličina. Srednja vrednost ispravljene naizmenične veličine više nije nula (što smo i želeli), pa ju je moguće meriti instrumentom sa KK. Nažalost, ova srednja vrednost nije jednaka, nego samo *srazmerna* očekivanoj efektivnoj vrednosti ulaznog signala. Da bi instrument sa KK pokazao efektivnu vrednost ulazne veličine, ispravljeni signal se mora matematički pomnožiti (skalirati) određenim koeficijentom. Fizički ekvivalent ovog matematičkog množenja se postiže *kalibrisanjem* (podešavanjem) mernog instrumenta, tako da sada instrument sa KK meri srednju vrednost skaliranog ispravljenog ulaznog napona i pokazuje efektivnu vrednost tog napona.

Zavisnost talasnog oblika ulaznog napona i vrednosti koeficijenta za kalibriranje detaljno je obrađena u Vežbi 3. U ovoj vežbi se koristi samo sinusni (prostoperiodični) talasni oblik napona.

UPUTSTVO ZA MERENJE

2.1.1 Instrument sa jednostranim (polutalasnim) ispravljačem – proširenje mernog područja mikroampermetra sa kretnim kalemom

Sastaviti kolo prema šemi na slici 2.1a.



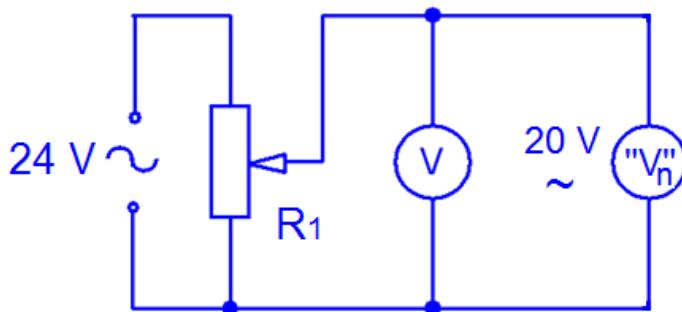
Slika 2.1a. Voltmetar za naizmenični napon sa jednostranim ispravljačem.

Proveriti da li instrumenti pre priključivanja izvora pokazuju nulu.

Za diode D_1 i D_2 koristiti diode iz Grecovog ispravljača. Dioda D_2 ima ispravljačku ulogu jer propušta struju samo za vreme pozitivne poluperiode. Na principskoj šemi se dioda D_1 ne pojavljuje, a njena uloga ovde je zaštitna, da za vreme negativne poluperiode dozvoli proticanje struje iz transformatora približno jednake vrednosti kao i za vreme pozitivne poluperiode. Na ovaj način se smanjuje srednja vrednost struje iz transformatora, što mu produžava radni vek.

Koristiti krajeve označene sa "-", "+" i "~". Jedan kraj ispravljača, obeležen sa "~" treba da ostane neiskorišćen.

Jednosmerni mikroampermetar μA je uz dodatne komponente R_p i D_2 "nateran" da pokazuje vrednost jednosmerne struje koja proporcionalno odgovara efektivnoj vrednosti ulaznog sinusnog napona, čime je postojećem voltmetru V priključen još jedan instrument, novonastali naizmenični voltmetar " V_n " dometa 20 V, sačinjen od ovih komponenti. Voltmetar V_n je, u ovom slučaju, mikroampermetar kome je prošireno merno područje pomoću R_p , R_s i D_2 . Ekvivalentna šema V_n je prikazana na slici 2.1b.



Slika 2.1b. Ekvivalentna šema voltmetra V_n sa slike 2.1a.

Potenciometrom R_1 se vrši podešavanje napona na voltmetru V (instrument sa mekim gvožđem). Ne treba koristiti zeleni priključak kliznog potenciometra. Crveni priključak je klizač.

Na voltmetru V odabratи opseg merenja $U_{V\max} = 30$ V.

Sa zadnje strane μA uočiti raspored priključaka i naznačenu unutrašnju otpornost instrumenta, pa vezati instrument saglasno oznakama Grecovog ispravljачa.

Zapisati vrednost unutrašnje otpornosti μA , koja je zapisana sa zadnje strane samog mikroampermetra.

$$R_{\mu A} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$$

R_s postaviti na vrednost jednaku unutrašnjoj otpornosti μA .

R_p postaviti na najveću vrednost, da bi se ograničila struja koja protiče kroz R_s i μA .

Otpornost dekadnih kutija se nalazi između priključaka A i B. Priključak sa oznakom uzemljenja ne treba vezivati!

Pre uključenja napona na T_r , podesiti klizač potenciometra (crveni priključak) tako da se nalazi u položaju u kojem potenciometar daje minimalan napon ostatku kola (klizač u donjem položaju prema kraju vezanom na zajedničku tačku).

Instrument za merenje naizmenične struje i napona

Klizačem potenciometra R_1 povećavati napon tako da voltmetar V pokaže napon od 20 V, što je efektivna vrednost ulaznog sinusnog signala.

Otpornost R_p smanjivati sve dok mikroampermetar ne dostigne pun otklon. Zabeležiti dobijenu vrednost R_p u polje R_p *isp izmereno*. Do kraja merenja ne treba menjati vrednost otpornosti R_p !

Diode ćemo smatrati kratkim spojem kada provode, a otvorenom vezom kada ne provode. Imati u vidu da kroz instrument teče struja samo za vreme pozitivne poluperiode napona.

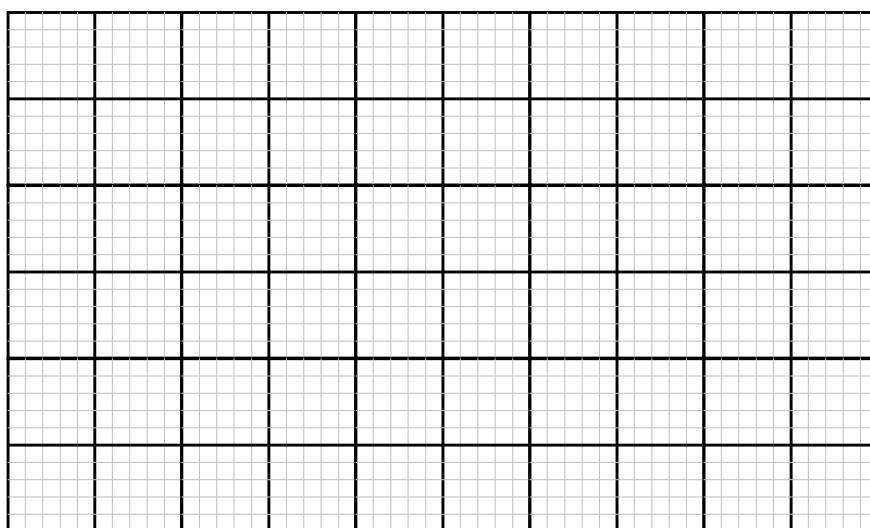
Za $U = 20$ V i R_p *isp izmereno* podesiti osciloskop O tako da se na ekranu prikaže slika polutalasno (jednostrano) ispravljenog sinusnog napona.

Osciloskop pokazuje talasni oblik napona na krajevima μA , polutalasno ispravljenu sinusoidu. Istog oblika je i struja koja teče kroz μA . Sa smanjivanjem struje kroz μA , smanjuje se i signal na ekranu.

Kontrolu **SEC/DIV** podesiti tako da jedna kockica na x-osi ekrana (vremenska osa) vredi 5 ms – što je indikovano oznakom M5.00 na dnu ekrana.

Kontrolom **VOLTS/DIV** za kanal CH1 (ako je sonda priključena na taj kanal) podesiti da je prikaz amplitude signala maksimalni mogući, od vrha do dna ekrana.

Skicirati prikaz talasnog oblika na slici 2.2.1 za $U = 20$ V i zapisati vrednosti parametara osciloskopa.



Slika 2.2.1. Izgled jednostrano ispravljenog napona prikazanog na osciloskopu.

VOLTS/DIV =

mV

SEC/DIV =

ms

Instrument za merenje naizmenične struje i napona

Pošto je otpornost R_s jednaka unutrašnjoj otpornosti $R_{\mu A}$, a međusobno su paralelno vezane, kroz njih protiče ista struja. Kada je efektivna vrednost ulaznog napona podešena na 20 V, srednja vrednost struje kroz μA je $I_{sr} = 100 \mu A$, dok je I_m amplitudu ulazne struje. Srednja vrednost struje se određuje po definiciji (izvesti):

$$I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \cdot \sin(2\pi ft) dt = \frac{I_m}{\pi}$$

Granica integrala su od 0 do $T/2$ jer struja postoji samo u pozitivnoj poluperiodi. Duplo veća struja teče kroz paralelnu vezu koju čine R_s i μA .

Iz prethodne formule možemo odrediti amplitudu struje I_m na osnovu poznavanja srednje vrednosti očitane na instrumentu. Budući da je pobudni napon prostoperiodičan poznate efektivne vrednosti $U_{eff} = 20 V$, onda je amplituda napona U_m :

$$U_m = \sqrt{2} \cdot U_{eff} = \sqrt{2} \cdot 20 V.$$

Količnik napona i struje definiše ukupan otpor:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{eff}}{2\pi \cdot I_{sr}} = R_p + R_s \parallel R_{\mu A}$$

Odavde možemo naći vrednost predotpornika R_p *1isp izračunato* u slučaju jednostranog ispravljača:

$$R_p \text{ 1isp izračunato} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{eff}}{2\pi \cdot I_{sr}} - R_s \parallel R_{\mu A} =$$

Obratiti pažnju da ukoliko ne bi bilo šanta R_s , u gornjoj jednačini ne bi figurisao koeficijent 2π , već samo π .

R_p 1isp izmereno kΩ	R_p 1isp izračunato kΩ

Da li se izmerena vrednost R_p slaže sa izračunatom? Zbog čega?

2.1.2 Određivanje linearnosti instrumenta sa proširenim područjem

Snimiti zavisnost skretanja $\alpha = f(U)$ kazaljke mikroampermetra μA od pokazivanja kontrolnog voltmetra V na ulazu.

Na ovaj način proveravamo koliko je linearan novonastali instrument, za koji znamo da za ulazni efektivni napon od 20 V pokazuje 100 μA , dok za manje ulazne napone moramo proveriti kolika će tačno biti pokazivanja.

U idealnom slučaju *očekujemo* proporcionalno i linearno smanjivanje, što mora biti provereno praktičnim eksperimentom.

Napon U smanjivati klizačem potenciometra R_1 u opsegu od 20 V do 4 V, sa korakom od 2 V. Rezultate merenja uneti u tabelu 2.1.

Vrednost α_0 je očekivano skretanje kazaljke instrumenta, izraženo u podeocima (pod), a I_0 je očekivana vrednost struje u mikroamperima:

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_{\max}}{U_{\max}} \cdot U \quad I_0 = \alpha_0 \cdot I_{\text{pod}}$$

Obratiti pažnju da, u ovom slučaju, na skali dometa 100 μA postoji samo 50 podeoka, što znači da svakom podeoku odgovara vrednost $I_{\text{pod}} = 2 \mu A/\text{pod}$.

Vrednost $\Delta\alpha$ je odstupanje od idealne karakteristike ili apsolutna greška linearnosti novonastalog voltmetra za naizmenični napon. U idealnom slučaju bi važilo da je $\alpha = \alpha_0$.

Apsolutna greška, izražena u podeocima, je definisana kao:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$$

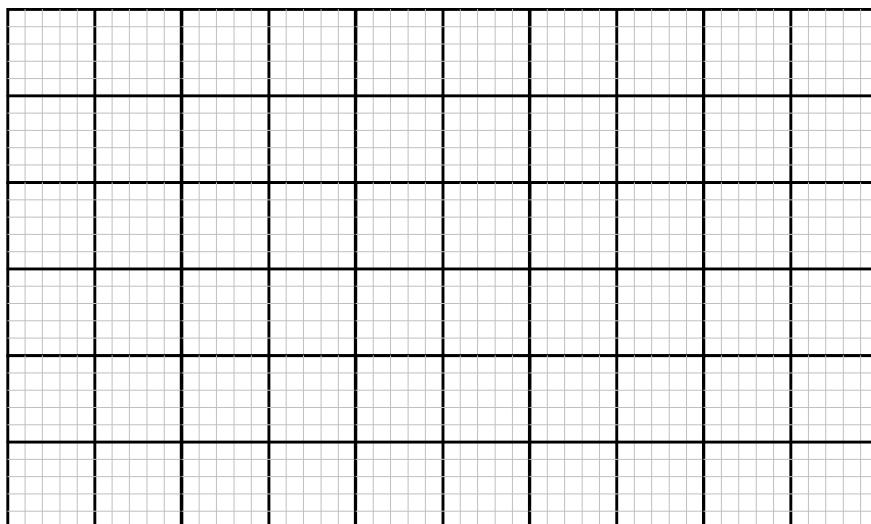
U	V	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$I_{\mu A}$	μA									
I_0	μA									
α	pod									
α_0	pod									
$\Delta\alpha$	pod									

Tabela 2.1. Rezultati očitavanja AC voltmetra i DC mikroampermetra sa jednostranim ispravljačem.

Pregled oznaka korišćenih veličina:

- α_{max} = 50 podeoka je maksimalno skretanje kazaljke μA koje odgovara punom opsegu od 100 μA .
 $I_{\mu A}$ = očitano skretanje kazaljke μA u mikroamperima.
 I_0 = izračunato (očekivano) skretanje kazaljke μA u mikroamperima.
 I_{pod} = vrednost jednog podeoka na skali μA u mikroamperima.
 α = očitano skretanje kazaljke μA u podeocima.
 α_0 = izračunato (očekivano) skretanje kazaljke μA u podeocima.
 $\Delta\alpha$ = apsolutna greška linearnosti u podeocima.
 U_{max} = 20 V je maksimalna efektivna vrednost napona tj. opseg novonastalog naizmeničnog voltmetara V_n .
 U = ulazni napon podešen na kontrolnom voltmetru V na ulazu kola.

2.1.3 Na slici 2.2.2 prikazati zavisnost $\Delta\alpha = f(U)$.



Slika 2.2.2. Zavisnost $\Delta\alpha = f(U)$ za novonastali voltmetar sa jednostranim ispravljačem.

2.1.4 Karakteristična unutrašnja otpornost voltmetra

Karakteristična unutrašnja otpornost voltmetra R_V' predstavlja količnik unutrašnje otpornosti instrumenta i maksimalne vrednosti koju može da izmeri (opsega merenja).

U slučaju novonastalog voltmetra, potrebno je odrediti karakterističnu unutrašnju otpornost kao količnik unutrašnje otpornosti tog voltmetra i njegovog naponskog opsega merenja (a ne opsega kontrolnog voltmetra).

Izračunati karakterističnu unutrašnju otpornost ostvarenog voltmetra (a ne kontrolnog na ulazu kola) za naizmenični napon, sa jednostranim ispravljačem:

$$R_V' = \frac{R_V}{U_{\max}} = \frac{R_{p\text{ 1isp izmereno}} + (R_{\mu A} \parallel R_s)}{U_{\max}} = \underline{\hspace{100pt}}$$

Karakteristična unutrašnja otpornost je pogodna da opiše unutrašnju otpornost instrumenta sa više mernih područja. Umesto da se daje vrednost unutrašnje otpornosti za svaki opseg posebno, putem ove jedne vrednosti moguće je odrediti unutrašnju otpornost za svaki merni opseg.

Odrediti unutrašnju otpornost ovako dobijenog voltmetra:

$$R_V = R_V' \cdot U_{\max} = \underline{\hspace{100pt}}$$

2.1.5. Primeri

Ako bi se novonastali voltmetar iz prethodnog dela vežbe proširio tako da mu merni opseg bude 75 V a da mu karakteristična unutrašnja otpornost ostane nepromenjena, odrediti vrednosti R_V i R_p u tom slučaju.

$$R_V = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$R_p = \underline{\hspace{100pt}}$$

Kada bi se voltmetrom iz prethodnog primera, opsega 75 V, merio napon od 20 V na njegovom ulazu, kolika bi bila unutrašnja otpornost, a kolika karakteristična unutrašnja otpornost voltmetra u tom slučaju?

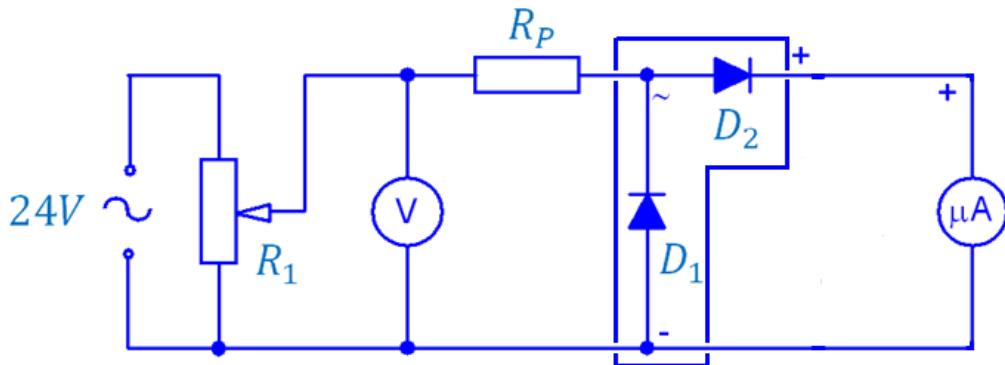
$$R_V = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$R_p' = \underline{\hspace{100pt}}$$

Iz ovih primera potrebno je zaključiti od kojih vrednosti zavisi, a od kojih ne zavisi unutrašnja otpornost voltmetra:

2.1.6 Instrument sa jednostranim (polutalašnim) ispravljačem bez šanta

Modifikovati šemu sa slike 2.1a uklanjanjem šanta R_s iz kola, kao na slici 2.2.3. Osciloskop nije potrebno povezivati u ovom kolu



Slika 2.2.3 Izmenjena šema voltmetra za naizmenični napon sa jednostranim ispravljačem.

Ako ovako dobijeni voltmetar sada podesimo da ima merni opseg od samo 10 V, istim postupkom kao u prethodnom slučaju eksperimentalno odrediti vrednost R_p za koju se postiže ovaj opseg.

R_1 podesiti da V pokaže 10 V, i dalje nastaviti prema poznatoj proceduri.

Na osnovu date šeme, izvesti izraz za R_p i izračunati njegovu vrednost:

$$R_{p \text{ 1isp izračunato}}(10 \text{ V}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Vrednosti izmerenog i izračunatog R_p uneti u tabelu.

$R_{p \text{ 1isp izmereno}}(10 \text{ V})$ kΩ	$R_{p \text{ 1isp izračunato}}(10 \text{ V})$ kΩ

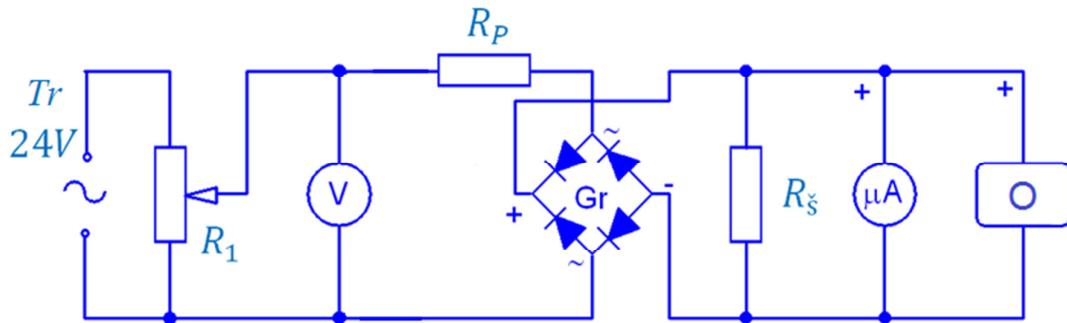
Uporediti dobijene vrednosti sa vrednostima R_p za voltmetar opsega 20 V i objasniti kako je došlo do ovakvog rezultata.

Odrediti karakterističnu i unutrašnju otpornost ovog instrumenta.

$$R_V' = \underline{\hspace{2cm}} \quad R_V = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.2.1 Instrument sa dvostranim (punotalasnim) ispravljačem – proširenje mernog područja mikroampermetra sa kretnim kalemom

Sastaviti kolo prema šemi na slici 2.3.

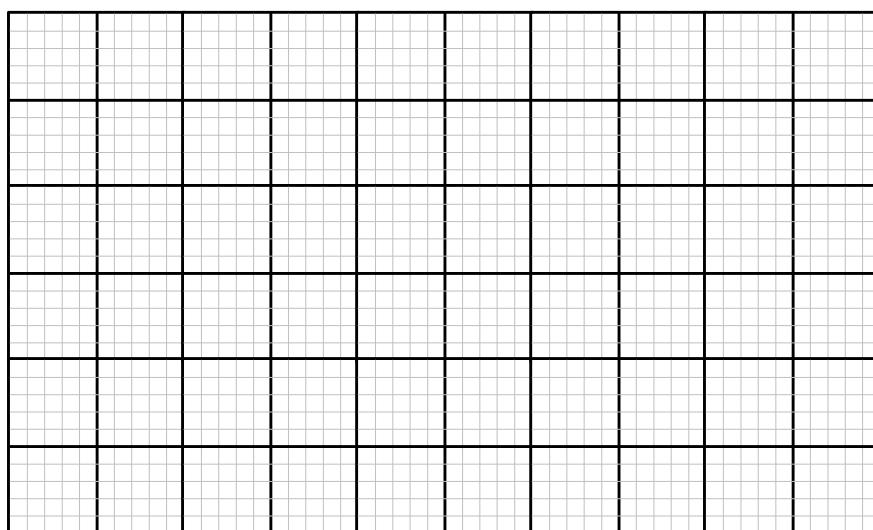


Slika 2.3. Voltmetar za naizmenični napon sa dvostranim ispravljačem.

R_p postaviti na najveću vrednost otpornosti.

Klizačem potenciometra R_1 povećavati napon tako da voltmetar pokaže 20 V. R_p smanjivati sve dok mikroampermetar ne dostigne pun otklon. Neka je to $R_p \text{ 2isp izmereno}$.

Za $U = 20 \text{ V}$ i $R_p \text{ 2isp izmereno}$ podesiti osciloskop O tako da se na ekranu prikaže slika punotalasno (dvostrano) ispravljenog sinusnog napona, koji predstavlja talasni oblik napona na krajevima mikroampermetra (istog oblika je i struja kroz instrument).



Slika 2.4.1. Izgled dvostrano ispravljenog napona prikazanog na osciloskopu.

Instrument za merenje naizmenične struje i napona

Skicirati prikaz talasnog oblika na slici 2.4.1 za $U = 20 \text{ V}$, pri čemu na x- osu naneti vreme t u milisekundama, i zapisati vrednosti parametara osciloskopa.

VOLTS/DIV =

mV

SEC/DIV =

ms

Postupak određivanja vrednosti R_p *2isp izračunato* u slučaju dvostranog ispravljača se razlikuje samo u obliku struje koja teče kroz instrument. Stoga je:

$$I_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \cdot |\sin(2\pi ft)| dt = \frac{2I_m}{\pi} = \frac{2I_m}{\pi}$$

Sada su granice integrala od 0 do T , pošto struja kroz mikroampermetar postoji sve vreme.

Apsolutna vrednost modeluje rad punotalasnog ispravljača. Gornji integral se rešava rastavljanjem na dva podintegrala na intervalima $0-T/2$ i $T/2-T$.

Za kolo na slici 2.3 izračunati otpornost R_p *2isp izračunato* tako da μA ima puno skretanje kada se na ulaz voltmetra dovede napon efektivne vrednosti od 20 V .

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{2\sqrt{2} \cdot U_{eff}}{2\pi \cdot I_{sr}} = R_p + R_s \| R_{\mu A}$$

$$R_p \text{ } 2isp \text{ izračunato} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{eff}}{\pi \cdot I_{sr}} - R_s \| R_{\mu A} = \text{_____}$$

Vrednosti izmerenog i izračunatog R_p uneti u tabelu.

R_p <i>2isp izmereno</i> kΩ	R_p <i>2isp izračunato</i> kΩ

Da li se izmerena vrednost R_p slaže sa izračunatom i zašto?

2.2.2 Snimiti zavisnost skretanja $\alpha = f(U)$ kazaljke mikroampermetra μA od pokazivanja kontrolnog voltmetra V na ulazu.

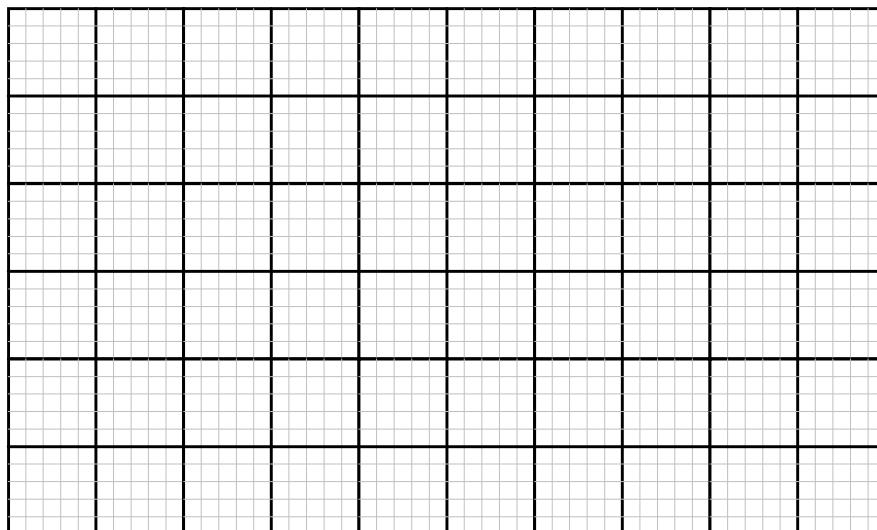
Napon U smanjivati klizačem potenciometra R_1 u opsegu od 20 V do 4 V, sa korakom od 2 V.

Rezultate merenja uneti u tabelu 2.2 i odrediti absolutnu grešku linearnosti $\Delta\alpha$.

U	V	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$I_{\mu A}$	μA									
I_0	μA									
α	pod									
α_0	pod									
$\Delta\alpha$	pod									

Tabela 2.2. Rezultati očitavanja AC voltmetra i DC mikroampermetra sa dvostranim ispravljačem.

2.2.3 Na slici 2.4.1 prikazati zavisnost $\Delta\alpha = f(U)$.



Slika 2.4.1. Zavisnost $\Delta\alpha = f(U)$ za voltmeter sa dvostranim ispravljačem.

2.2.4 Izračunati karakterističnu i unutrašnju otpornost novonastalog voltmetra za naizmenični napon, sa dvostranim ispravljačem:

$$R'_V = \frac{R_V}{U_{\max}} = \frac{R_{p\text{ 2isp izmereno}} + (R_{\mu A} \| R_s)}{U_{\max}} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$R_V = R'_V \cdot U_{\max} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Uporediti dobijene vrednosti sa voltmetrom sa jednostranim ispravljačem iz prvog dela vežbe. Da li se promenila unutrašnja otpornost ovog instrumetna i zašto?

2.3 Proširenje mernog područja voltmetra sa kretnim kalemom

Realizovati AC voltmetar pomoću DC voltmetra i dvostranog ispravljača.

Voltmetar sa kretnim kalemom je namenjen za merenje jednosmernog napona, tj. namenjen je za jednosmerno merno područje.

Ako voltmetar sa kretnim kalemom koristimo u naizmeničnom režimu (naizmenično merno područje), voltmetar će pokazivati srednju vrednost, što je najčešće nula.

Da bismo dobili nenulto pokazivanje voltmetra sa kretnim kalemom u naizmeničnom režimu, možemo ga vezati u kolo korišćenjem dvostranog ispravljača.

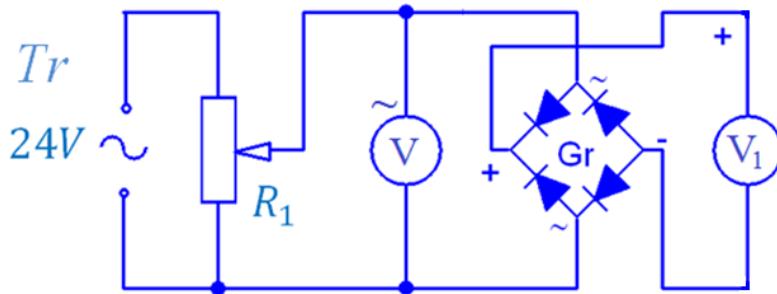
Tada će voltmetar sa kretnim kalemom pokazivati srednju vrednost dvostrano ispravljenog napona.

Dobićemo nenulto pokazivanje voltmetra, ali ne i efektivnu vrednost merenog napona, koja nas najčešće interesuje.

Da bismo dobili efektivnu vrednost napona na osnovu pokazivanja voltmetra sa kretnim kalemom i dvostranim ispravljačem potrebno je rezultat očitavanja pomnožiti faktorom oblika (Vežba 3).

UPUTSTVO ZA MERENJE

Sastaviti kolo prema šemi na slici 2.5.



Slika 2.5. Voltmetar za naizmenični napon sa dvostranim ispravljačem.

Proveriti da li instrumenti pre priključivanja izvora pokazuju nulu.

Potenciometrom R_1 se vrši podešavanje napona na kontrolnom AC voltmetru V (instrument sa mekim gvožđem koji direktno meri efektivnu vrednost napona).

Na kliznom potenciometru ne treba koristiti zeleni priključak. Crveni priključak na njemu označava klizač.

Na AC voltmetru V odabrati opseg merenja $30 V$ (efektivne vrednosti napona). DC voltmetar V_1 ima samo jedan opseg, takođe $30 V$ (srednje vrednosti napona).

Pre uključivanja izvora napona T_r , podesiti klizač potenciometra (crveni priključak) tako da se nalazi u položaju u kojem potenciometar daje minimalan napon ostatku kola (klizač u donjem položaju, prema kraju vezanom na zajedničku tačku).

Napon U menjati klizačem potenciometra R_1 u opsegu od $20 V$ do $4 V$, sa korakom od $2 V$.

Očitati napon U_1 i upisati u tabelu 2.3.

Izračunati količnik pokazivanja voltmetara U/U_1 .

Voltmetar V (sa mekim gvožđem) meri efektivnu vrednost ulaznog napona U . Voltmetar V_1 (sa kretnim kalemom) ovde meri srednju vrednost napona U_1 koji predstavlja dvostrano ispravljeni ulazni napon.

U	V	4	6	8	10	12	14	16	18	20
U_1	V									
U/U_1	-									

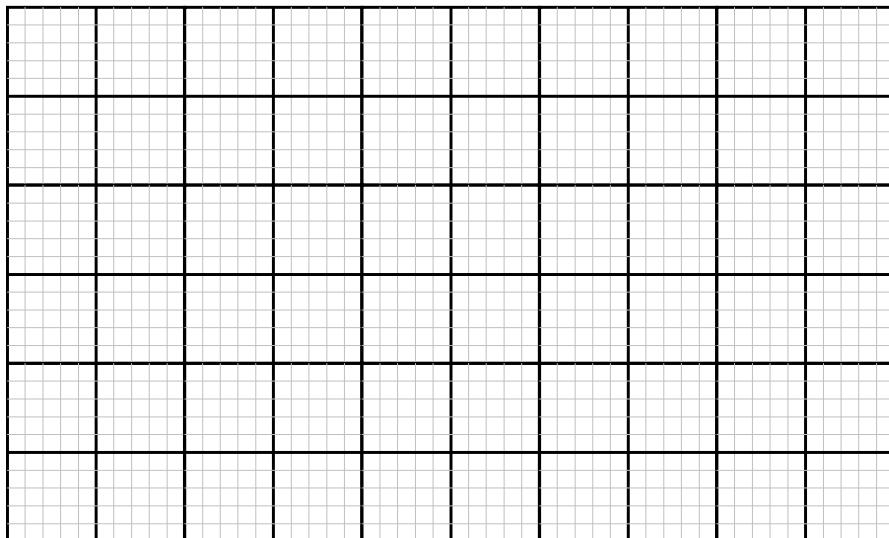
Tabela 2.3. Rezultati očitavanja voltmetra sa mekim gvožđem V i voltmetra sa kretnim kalemom V_1 .

Za slučaj sinusnog (prostoperiodičnog) ulaznog napona, odnos efektivne vrednosti U_{eff} sinusnog napona i srednje vrednosti dvostrano ispravljenog napona $U_{sr\ 2isp}$ je unapred poznat, i teoretski uvek iznosi 1.11, za bilo koju vrednost izmerenog napona.

$$\frac{U}{U_1} = \frac{U_{eff}(\text{sinus})}{U_{sr\ 2isp}(\text{sinus})} = 1.11$$

NAPOMENA: Detaljnije objašnjenje je dato u Vežbi 3.

Na slici 2.6 prikazati zavisnost $U = f(U_1)$.



Slika 2.6. Zavisnost $U = f(U_1)$ za voltmetar sa dvostranim ispravljačem.

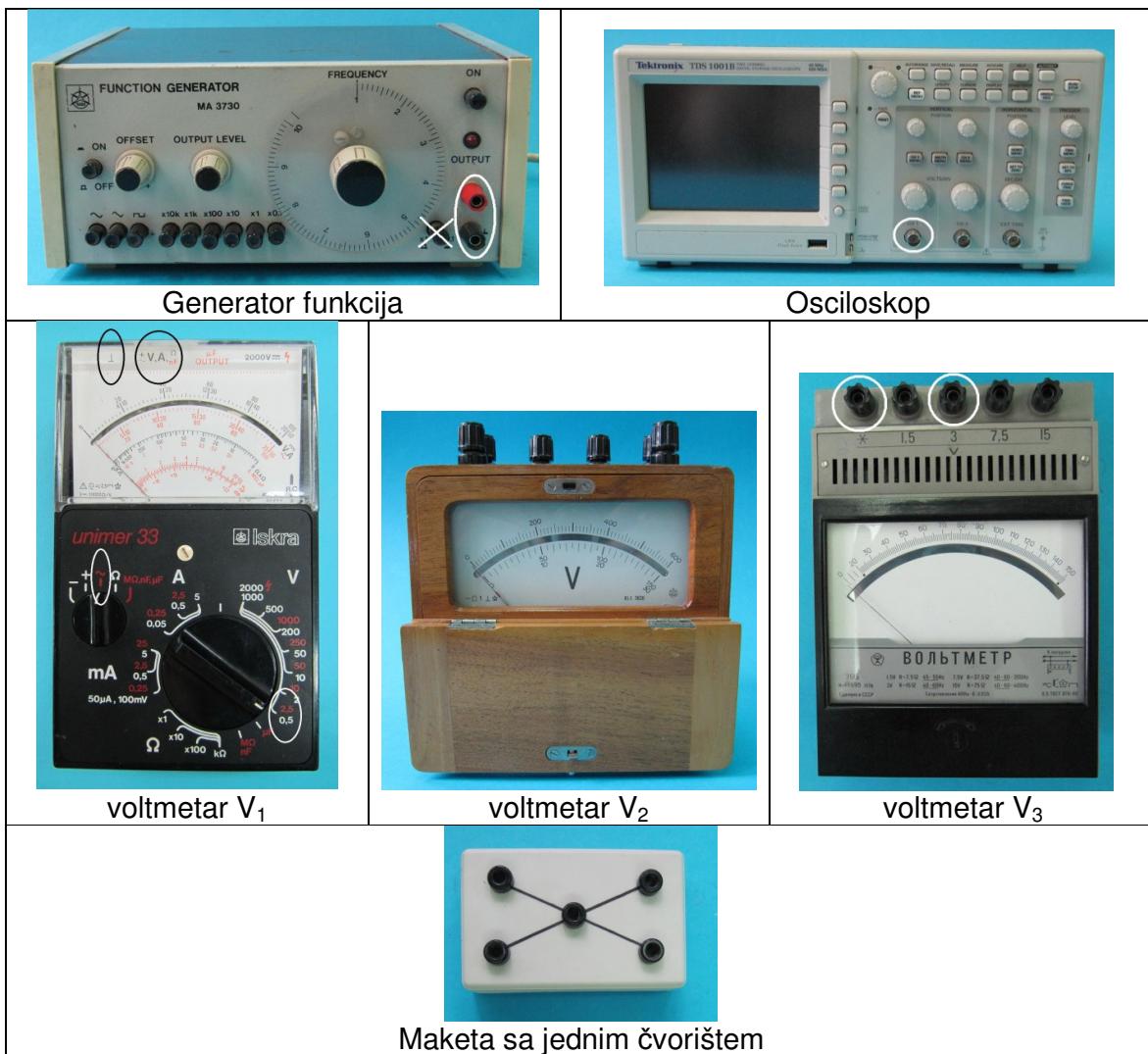
Da li je dobijena zavisnost linear? Zašto se menja količnik napona U/U_1 ?

VEŽBA BROJ 3

UTICAJ TALASNIH OBLIKA NA POKAZIVANJE INSTRUMENATA

ZADATAK: Izmeriti amplitude napona različitih talasnih oblika različitim instrumentima i uporediti ih sa izračunatim vrednostima.

PRIBOR: G - funkcionalni generator **MA 3730**;
V₁ - multimeter **UNIMER 33**;
V₂ - voltmeter **MBL 1**;
V₃ - voltmeter **515**;
O - digitalni osciloskop **TDS 1001B**;
... - 2 makete sa jednim čvorištem + 1 sonda + 8 kablova.



UVOD

Instrument sa kretnim kalemom, kojem je dodat ispravljač (polutalasni ili punotalasni), skreće srazmerno srednjoj vrednosti ispravljene veličine, ali može biti kalibriran tako da, u slučaju prostoperiodične pobude, pokazuje efektivnu vrednost ulazne veličine.

Dugo vremena je prostoperiodični (sinusni) talasni oblik napona i struje bio najzastupljeniji, stoga je većina instrumenata bila prilagođena da tačno meri samo sinusni oblik napona, i to najčešće na mrežnoj frekvenciji (50 ili 60 Hz). Danas to više nije slučaj jer se u praksi javljaju razni talasni oblici, na širokom opsegu frekvencija. To znači da će klasični instrumenti sa kretnim kalemom i ispravljačem, koji su kalibrirani da tačno pokazuju samo efektivnu vrednost prostoperiodičnog mrežnog napona, praviti sistematsku grešku ukoliko se nađu u kolu sa složenoperiodičnom pobudom.

Instrumenti sa mekim gvožđem mere i pokazuju efektivnu vrednost merene veličine i njihovo pokazivanje ne zavisi od talasnog oblika merene veličine. Ovo praktično znači da možemo imati tri paralelno vezana voltmetra, koji su ispravni, a da njihova pokazivanja budu različita. S druge strane, svi voltmetri treba da pokažu istu vrednost, ako je na njih doveden prostoperiodični napon.

Voltmetar sa kretnim kalemom i polutalasnim (jednostranim) ispravljačem, koji je kalibriran da pokazuje efektivnu vrednost prostoperiodičnog napona, merenje "sprovodi" u tri koraka. Prvi korak je polutalasno ispravljanje, što podrazumeva propuštanje pozitivnih vrednosti napona, a "odsecanje" negativnih vrednosti napona. Drugi korak je nalaženje srednje vrednosti tako ispravljenog napona (instrument sa kretnim kalemom meri srednju vrednost). Treći korak je množenje konstantom koja se naziva faktor oblika. Za polutalasni ispravljač i prostoperiodični talasni oblik, faktor oblika ima vrednost 2.22.

Voltmetar sa kretnim kalemom i punotalasnim (dvostranim) ispravljačem, koji je kalibriran da pokazuje efektivnu vrednost prostoperiodičnog napona, merenje "sprovodi" takođe u tri koraka. Prvi korak je punotalasno ispravljanje, koje se sastoji od nalaženja apsolutne vrednosti napona. Drugim rečima, pozitivne vrednosti napona se propuštaju nepromenjene, a negativne se invertuju u pozitivne. Drugi korak je nalaženje srednje vrednosti punotalasno ispravljenog napona. Treći korak je množenje faktorom oblika koji, za punotalasni ispravljač i prostoperiodičan napon, iznosi 1.11.

Srednja vrednost periodičnog napona $u(t)$, sa periodom T je definisana izrazom:

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt .$$

Efektivna vrednost koju ovaj instrument pokazuje je:

$$U_{eff} = \xi \cdot U_{sr}$$

Faktor oblika ξ određuje vezu između efektivne vrednosti naizmeničnog signala i srednje vrednosti ispravljenog signala (ispravljeni signal je jednosmerna veličina).

Faktor oblika je različit za svaki talasni oblik i vrstu ispravljanja. Za jednostrano ispravljeni sinus faktor je 2.22, za dvostrano ispravljeni sinus je 1.11. Za ostale talasne oblike, ovi faktori ne važe. Faktor jednostrano ispravljenog signala je tačno 2 puta veći od jednostranog samo za simetrične signale (koji imaju jednaku veličinu i oblike ispod i iznad x-ose).

Voltmetar sa mekim gvožđem direktno meri i pokazuje efektivnu vrednost napona (nema ispravljanja signala i množenja faktorom oblika).

Efektivna vrednost U_{eff} napona $u(t)$ je definisana izrazom:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}.$$

UPUTSTVO ZA MERENJE

3.1 Pokazivanje instrumenata pri frekvenciji od 50 Hz

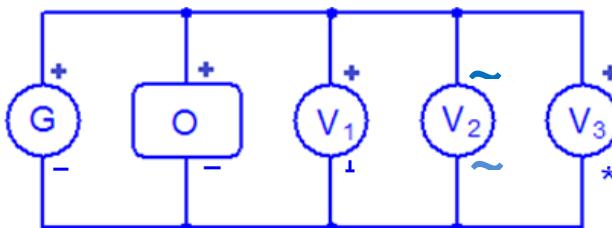
Sastaviti kolo prema šemi na slici 3.1.

Voditi računa o polaritetu priključaka.

Na V_1 odabrati naizmenični režim rada postavljanjem manjeg prekidača u položaj „~“. Selektor opsega postaviti na **2.5 V** (crvena oznaka za AC vrednosti). Očitavanje se vrši sa crvene skale opsega 25 podeoka.

Na V_2 priključiti napon na priključke označene sa „~“ (dva priključka sa desne strane), pošto instrument poseduje samo jedan naizmenični opseg: **3 V_{AC}**. Ostali priključci su za merenje jednosmernog napona, i ne koriste se u ovoj vežbi.

Na V_3 , simbol * označava masu, a ulaz „**3 V**“ je „+“ priključak za dati opseg.



Slika 3.1. Merenje napona različitim instrumentima.

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

Identifikovati koji su instrumenti sa kretnim kalemom, a koji sa mekim gvožđem. Kod analognih instrumenata lako je odrediti vrstu uređaja prema slici koja se nalazi ispod skale, pored ostalih osnovnih podataka o instrumentu (klasa tačnosti). Simbol sličan magnetu ili potkovici označava kretni kalem, a simbol koji liči na vertikalnu oprugu označava meko gvožđe.

Potrebno je odrediti koji instrument sa kretnim kalemom ima polutalasni, a koji punotalasni ispravljač. O tome više u delu 3.3.

Na generatoru funkcija G izabrati prostoperiodični talasni oblik napona. Podesiti učestanost od 50 Hz pritiskanjem preklopnika opsega **x10** i postavljanjem dugmeta **Frequency** na podeok 5. Dugmetom **Output level** podešavati amplitudu dok se na osciloskopu ne dobiju oscilacije amplitude 2 V.

Kako bi tačno očitali amplitudu i periodu signala, potrebno je ispravno podesiti osciloskop.

Na ekranu očekujemo prikaz signala amplitude 2 V i frekvencije 50 Hz. Kontrolu **SEC/DIV** podesiti na 5 ms (očitava se na ekranu). Kontrolu **VOLTS/DIV** za prvi kanal (CH1) podesiti na 500 mV (pošto je sonda priključena na prvi kanal).

Kontrolom **VOLTS/DIV** (broj volti po jednom podeoku) određujemo da jedan kvadrat na ekranu po vertikali (*y*-osi) vredi 500 mV. Pošto ima ukupno 8 kvadrata po vertikali, maksimalna vrednost napona V_{pp} od vrha do vrha signala (*peak-to-peak*) koja se može pokazati na ekranu je $8 \cdot 0.5 \text{ V} = 4 \text{ V}$. Kako je za simetrični signal, kao što je sinusni, amplituda signala $V_{amp} = 1/2 \cdot V_{pp}$, jasno je da amplitudu signala moramo podesiti na generatoru tako da slika bude preko cele visine ekrana, ali da signal ne ide preko tih granica.

Svaki kvadrat je podeljen na 5 manjih delova, koji odgovaraju 0.2 dela osnovnog podeoka, radi preciznijeg očitavanja.

VOLTS/DIV možemo promeniti i na veći umnožak, npr. 1 V. Sada jedan kvadrat vertikalno predstavlja 1 V, pa se i amplituda naizgled smanjila.

Važno je zapamititi da je osciloskop uređaj koji samo posmatra signal i ne utiče na njega. Stoga se amplituda nije promenila, nego samo način posmatranja, gde smo signal skalirali na manju veličinu, pa je jasno da sada sa ovom skalom možemo posmatrati signale veće amplitude do 4 V ($8 \cdot 1 \text{ V} = 8 \text{ V}_{pp} = 4 \text{ V}_{amp}$). Za posmatranje većih signala moramo još više povećati vrednost **VOLTS/DIV**.

Da bi se zaista promenila amplituda signala, potrebno ju je regulisati na samom generatoru funkcija, a promenom **VOLTS/DIV** ne utičemo na veličinu signala u kolu!

Osciloskop možemo shvatiti kao kameru kojom posmatramo signal, a samu sliku možemo "zumirati" ili "odzumirati" kako bi dobili najpovoljniji prikaz.

Ako bi ovu kontrolu podesili na manji umnožak, npr. 200 mV, na ekranu bi mogli preciznije gledati signale manje amplitude, u ovom slučaju do 800 mV. Za signal amplitude 2 V prikaz prelazi gornju i donju ivicu ekrana, pa ne možemo videti izgled celokupnog signala.

Važno je zapamtiti da prikaz na ekranu uvek maksimalno raširimo između gornje i donje ivice ekrana, ali tako da ih ne prelazi. Ovim postižemo najbolji uvid u pravi oblik signala, kao i mogućnost za najtačnije podešavanje amplitude.

Funkcijski generator poseduje i kontrolu jednosmerne (DC) komponente, tzv. *offseta*, kojim se naizmenični signal pomera gore ili dole po *y*-osi, tj. jednosmerni napon se superponira na izlazni naizmenični signal.

Jako je bitno da signal nema DC komponentu pri merenju, jer se sabira sa naizmeničnim signalom i izaziva grešku pri merenju. Takođe, pri velikim vrednostima ofseta, u samom generatoru se javljaju izobličenja signala.

Da bi tačno podesili simetričan signal, prvo podesiti osciloskop da pokazuje signal tačno na sredini ekrana po vertikali.

Dugmetom pored ekrana koje odgovara kontroli **CH1 Coupling** podesiti na vrednost **Ground**. Ovim je ulaz CH1 vezan na masu i sigurno pokazuje nulu. Sada potencimetrom **Vertical Position** za pomeranje po vertikali CH1 podesiti da referentna horizontalna linija bude tačno na sredini, pri tome na ekranu možemo videti ispis da je *CH1 Vertical position 0.00 divs (0.00 mV)*. Ovim smo odredili da nulti nivo napona bude tačno na sredini ekrana. Sada **Coupling** vratiti na **DC** da bi se ponovo video signal (ne na **AC**). Više ne podešavati **Vertical Position**, već pomoću **Offset** kontrole na generatoru podešavati signal po vertikali da bi bio simetričan, tj. da bi se eliminisala DC komponenta.

Prekidač **OFFSET** na generatoru treba da bude u položaju **ON** (uključena jednosmerna komponenta). Potenciometrom za **OFFSET** podesiti da u signalu nema jednosmerne komponente, odnosno da je slika na ekranu osciloskopa simetrična u odnosu na horizontalnu osu. Sam generator funkcija uvek daje malu vrednost jednosmerne komponente i kada je prekidač **OFFSET** isključen. Stoga moramo na opisani način otkloniti jednosmernu komponentu.

Na ekranu digitalnog osciloskopa postoji i očitavanje frekvencije. Podesiti frekvenciju generatora tako da bude tačno 50.0 Hz, očitano sa osciloskopa. Ovu mogućnost direktnog očitavanje frekvencije poseduju samo digitalni osciloskopi. Male frekvencije, ispod 10 Hz, osciloskop nije u mogućnosti da odredi ovim putem.

Kontrola **SEC/DIV** (broj sekundi po jednom podeoku, vremenska baza) podešava koliko sekundi periode vredi jedan kvadrat po horizontali (*x*-osi).

Sada možemo klasičnim putem odrediti periodu, a potom i frekvenciju signala na svakom osciloskopu, analognom i digitalnom.

Na ekranu se posmatra jedna ili više punih perioda signala. Ako uočimo dve tačke na signalu između kojih je jedna puna perioda, odredimo koliko kvadrata je to rastojanje, pomnoživo sa vrednošću **SEC/DIV**, i dobijamo periodu signala.

U ovom slučaju imamo periodu koja se ponavlja na svaka 4 kvadrata, a kako je vrednost jednog kvadrata (podeoka) 5 ms (vidljivo na ekranu kao M:5 ms), $T = 4 \cdot 5 \text{ ms} = 20 \text{ ms}$, odatle je $f = 1/T = 1/(20 \text{ ms}) = 50 \text{ Hz}$, što je upravo i frekvencija posmatranog signala. Da bi lakše odredili tačnu periodu signala, svaki podeok je podeljen na 5 manjih delova. Signal se može lako pomerati po horizontali pomoću potenciometra **Horizontal Position**, radi lakšeg poravnavanja signala sa nekim podeokom, što olakšava određivanje dužine periode. Najbolji način za određivanje periode je posmatranjem tačaka na vrhovima amplituda dve susedne periode signala.

Trenutno je na ekranu osciloskopa vidljivo 10 kvadrata $\cdot 5 \text{ ms} = 50 \text{ ms}$ vremena, stoga vidimo 2.5 periode signala od 50 Hz (20 ms). Ako **SEC/DIV** podesimo na 10 ms, na ekranu će se pojaviti 5 perioda signala, tj. duplo više. Signal se nije promenio, samo je snimak "odzumiran", i sada vidimo više perioda u toku $10 \cdot 10 \text{ ms} = 100 \text{ ms}$ vremena. Ako vremensku bazu smanjimo na 2.5 ms, preko ekrana se ispisuje 25 ms, što znači da ćemo videti samo jednu celu i jednu četvrtinu periode signala od 20 ms. Signal je sada "zumiran" i deluje raširen, iako se nije zapravo promenio. Ako vremensku bazu povećamo na 100 ms, na ekranu ćemo videti $10 \cdot 100 \text{ ms}/20 \text{ ms} = 50$ punih perioda signala, ovde dolazi do "sabijanja" signala na ekranu, usled velikog broja perioda.

Ove različite vremenske baze koristimo kako bi mogli posmatrati signale različitih frekvencija, od 0.002 Hz do 20 MHz. Uvek je potrebno sliku podesiti tako da se na ekranu vide 1-3 periode najviše, kako bi imali najtačnije očitavanje.

Očitati pokazivanja napona U_{M1} , U_{M2} i U_{M3} na voltmetrima, i uneti ih u tabelu 3.1.

Proceduru ponoviti za trougaoni i četvrtasti napon. Pri promeni talasnog oblika na generatoru, potrebno je ponovo fino podesiti amplitudu i offset signala. Kod četvrtki se mogu javiti pikovi na ivicama signala, njih je potrebno zanemariti, i gledati zaravnjene delove signala kao vrhove.

Na frekvenciji od 50 Hz i pri sinusnom naponu, sva tri voltmetra treba da pokažu približno istu vrednost, tj. efektivnu vrednost napona. Voltmetri sa kretnim kalemom i ispravljačem, iako mere srednju vrednost, kalibrirani su baš za ovu situaciju, dok voltmetar sa mekim gvožđem direktno meri efektivnu vrednost.

Pri merenjima trougaonog i četvrtastog talasnog oblika napona instrumentima sa kretnim kalemom, nastaje greška usled činjenice da su instrumenti podešeni da mere samo sinusni talasni oblik. Interno skaliranje sa fiksnim faktorom oblika samo za jedan talasni oblik, najčešće sinus, dovodi do toga da očitana vrednost napona nije prava efektivna vrednost tog napona. Da bi

pokazao pravu efektivnu vrednost napona, instrument bi morao da množi sa faktorom oblika koji odgovara baš tom talasnom obliku.

Poređenjem merene veličine i stvarne efektivne vrednosti signala, nalazimo grešku merenja.

3.2 Pokazivanje instrumenata pri frekvenciji od 200 i 40 Hz

Ponoviti merenja za signale na nešto višim i nižim frekvencijama od nominalne. Svi instrumenti, ako drugačije nije naglašeno, predviđeni su da rade na mrežnoj frekvenciji sinusnog napona od 50 Hz, i pokazivanja su najtačnija upravo na toj nominalnoj frekvenciji. Većina mehaničkih instrumenata sa dovoljnom tačnošću rade i na nešto višim i nižim frekvencijama, 40 – 400 Hz za većinu klasičnih analognih instrumenata sa kazaljkom.

Na jako visokim frekvencijama nastaje problem sa pojmom uticaja impedanse u samom instrumentu, kretni kalem postaje ne samo otporna žica, već i induktivnost, pa na visokim frekvencijama dolazi do odstupanja od tačne vrednosti, kao i do problema usled mehaničkih ograničenja mehanizma instrumenta.

3.3 Pokazivanje instrumenata pri frekvenciji od 0.1 Hz

Jako niske frekvencije takođe nisu pogodne za merenje ovakvim instrumentima, upravo zbog fizičkih ograničenja mehanizma instrumenta.

Na dovoljno visokim frekvencijama, instrumenti izračunavaju srednju vrednosti i efektivnu vrednost, prema poznatim integralima. Matematički, ovi integrali su validni i za jako veliko T (tj. malu frekvenciju), međutim kako je instrumentu potreban sada jako dug period da integrali samo jednu periodu signala, praktično dolazi do „raspada“ ove zakonitosti, i glavnu ulogu preuzima inercija same mehaničke konstrukcije instrumenta. Pošto je ovako jako niska učestanost zapravo vrlo slična sporo promenljivom jednosmernom naponu, kazaljka instrumenta umesto efektivne vrednosti, sada pokazuje trenutnu vrednost amplitude i pokreće se zajedno sa oscilacijama talasnog oblika. Što je signal sporiji, kazaljka može bolje da isprati rast i pad amplitute. Sa porastom amplitute, povećava se pokazivanje dok se ne dostigne maksimalna vrednost amplitute, tada sa daljim opadanjem signala, kazaljka počinje da se vraća na nulu, i proces se ponavlja za svaku narednu periodu.

Pokazivanje instrumenata sa kretnim kalemom, za nisku frekvenciju je:

$$U_{instr} = \xi_i \cdot \text{Amplituda}$$

Faktor ξ_i je odgovarajući koeficijent talasnog oblika za koji je instrument podešen (obično za sinusni), zavisno da li je polatalasni ili punotalasni ispravljač. Instrument nastavlja da množi interno s tim koeficijentom svaku jednosmernu vrednost, bilo da je to rezultat integrala ili samo trenutna vrednost amplitute.

Za instrument sa mekim gvožđem, pokazivanje je:

$$U_{instr} = \text{Amplituda}$$

Frekvenciju generatora podesiti na **1** sa opsegom **x0.1**, podesiti amplitudu na **1 V**, i ofset da signal bude simetričan. Obratiti pažnju da je sada perioda signala jako velika $T = 1/(0.1 \text{ Hz}) = 10 \text{ s}$, i da je potrebno sačekati čak 10 sekundi da se iscrta samo jedna perioda na ekranu, pa je potrebno strpljivo podešavati amplitudu i ofset.

Vremensku bazu je potrebno podesiti na mnogo veću vrednost. Ako uzmemo **1 s**, na ekranu vidimo ispis **10 s**, što upravo odgovara jednoj periodi signala, te na ekranu očekujemo da vidimo samo jednu punu periodu signala.

Primetiti da digitalno merenje frekvencije daje ispis $< 10 \text{ Hz}$, što znači da se ne mogu automatski meriti ovako niske frekvencije.

Primećujemo da se signal vrlo sporo menja, tako da kretni sistemi sva tri voltmetra mogu da prate promenu signala. U ovom slučaju možemo uočiti maksimalno pokazivanje na svakom od voltmetara. Očitana vrednost sada nije efektivna vrednost napona, iako je mereni napon prostoperiodičnog talasnog oblika!

Maksimalna pokazivanja U_{M1} , U_{M2} , i U_{M3} uneti i tabelu 3.1 (maksimalni otklon do kojeg dođe kazaljka).

Konačno, možemo odrediti koji instrument sa kretnim kalemom poseduje polutalasni, a koji punotalasni ispravljač. Posmatrati kazaljke instrumenata sa kretnim kalemom, za vreme porasta amplitude signala kazaljke oba instrumenta se pomeraju naviše, zatim padaju sa smanjivanjem amplitude signala, do nule. U tom trenutku, sa prelaskom ulaznog napona u negativni deo, kazaljka instrumenta sa polutalasnim ispravljačem će mirovati, jer taj deo napona ne prolazi kroz diodu koja je ispravljač. Za to vreme će kazaljka instrumenta sa punotalasnim ispravljačem (Grecov spoj četiri diode) ponovo pokazati povećanje i smanjenje amplitude, jer punotalasni ispravljač ne odseca negativnu periodu već uzima njenu absolutnu vrednost.

3.4 Računanje tabelarnih vrednosti

Vrednosti napona U_R izračunati kao očekivana pokazivanja instrumenta. Za sinusni talasni oblik to je upravo efektivna vrednost signala, a za ostale se mora izračunati po definiciji, kao srednja vrednost ispravljenog signala pomnožena odgovarajućim faktorom za sinus, 2.22 ili 1.11. Pošto ovi koeficijenti važe samo za sinus, a ne mogu se menjati u instrumentu, kod ostalih talasnih oblika su upravo oni izvor greške i netačne vrednosti merenja. Pošto poznajemo mehanizam nastanka te greške, možemo odrediti U_R koji očekujemo da će biti prikazan na instrumentu.

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

U_M su izmerene vrednosti napona.

U_M i U_R bi trebali da budu približni, s time da kod U_M ulaze i sve ostale greške koje utiču na merenje, usled klase tačnosti instrumenta, greške očitavanja i zaokruživanja...

U_T je tačna efektivna vrednost napona za dati talasni oblik, i izračunava se na osnovu formula za izračunavanje efektivne vrednosti napona U_{eff} , kao što je objašnjeno u odeljku 3.6, za svaki talasni oblik posebno.

$\Gamma\%$ je relativna greška merenja izražena u procentima, i predstavlja razliku između pokazivanja instrumenta koji smatramo za „efektivnu vrednost“, i prave (izračunate) efektivne vrednosti za dati signal. Računa se kao:

$$\Gamma\% = \frac{U_M - U_T}{U_T} \cdot 100$$

Talasni oblik		sinusni	trougaoni	četvrtke	sinusni	trougaoni	četvrtke
Frekvencija f	Hz	50	50	50	200	400	40
Amplituda napona U_{amp}	V	2	2	2	2	2	2
V_1	U_{M1}	V					
	U_{R1}	V					
	U_{T1}	V					
	$\Gamma\%$	%					
V_2	U_{M2}	V					
	U_{R2}	V					
	U_{T2}	V					
	$\Gamma\%$	%					
V_3	U_{M3}	V					
	U_{R3}	V					
	U_{T3}	V					
	$\Gamma\%$	%					

Tabela 3.1. Rezultati merenja amplituda napona različitih talasnih oblika.

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

Talasni oblik		sinusni	trougaoni	četvrtke	sinusni	trougaoni	četvrtke
Frekvencija f	Hz	2 000	3 000	1 000	0.1	0.1	0.1
Amplituda napona U_{amp}	V	1	1	1	1	1	1
V_1	U_{M1}	V					
	U_{R1}	V					
	U_{T1}	V					
	$\Gamma \%$	%					
V_2	U_{M2}	V					
	U_{R2}	V					
	U_{T2}	V					
	$\Gamma \%$	%					
V_3	U_{M3}	V					
	U_{R3}	V					
	U_{T3}	V					
	$\Gamma \%$	%					

Tabela 3.2. Rezultati merenja amplituda napona različitih talasnih oblika.

3.5 Režimi rada u zavisnosti od frekvencije ulaznog signala

Generalno, sledeće frekvencije smatramo za granične kod instrumenata sa kretnim kalemom:

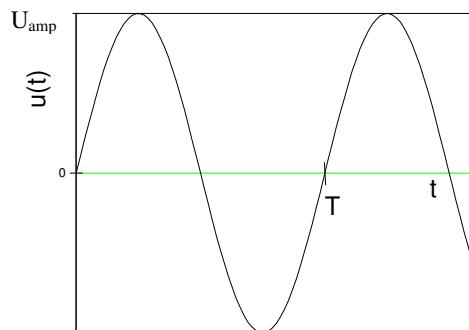
$f > 10 \text{ Hz}$ – instrument radi normalno, meri srednju vrednost ispravljenog signala prema integralu, množi tu vrednost odgovarajućim faktorom i pokazuje izmerenu vrednost signala.

$f < 1 \text{ Hz}$ – instrument radi u režimu niske frekvencije i meri amplitudu, i pokazuje vrednost pomnoženu odgovarajućim faktorom.

Ove granice uzeti kao pravilo pri izradi zadataka na ispitu. Frekvencije u opsegu 1-10 Hz neće biti zadavane.

3.6 Određivanje efektivne vrednosti napona i pokazivanja instrumenata u zavisnosti od talasnog oblika merenog signala

3.6.1 SINUSNI NAPON amplitude U_{amp} i periode T



$$u(t) = u_{\sin}(t) = U_{amp} \cdot \sin \omega t, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

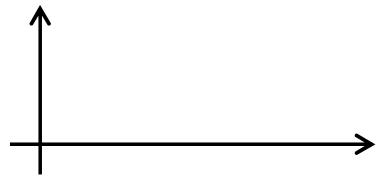
Efektivna (eff) vrednost ulaznog sinusnog (\sin) napona $u_{\sin}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{eff}(\sin) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_{\sin}^2(t) dt} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

Nakon polutalasnog ispravljača (*1isp*) se dobija napon $u_{\sin 1isp}(t)$ - skicirati:

$$u_{\sin 1isp}(t) = \begin{cases} U_{amp} \cdot \sin \omega t, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$



Srednja vrednost (*sr*) od $u_{\sin 1isp}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{sr1isp}(\sin) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\sin 1isp}(t) dt = \underline{\hspace{10cm}}$$

Nakon punotalasnog ispravljača (*2isp*) se dobija napon $u_{\sin 2isp}(t)$ - skicirati:

$$u_{\sin 2isp}(t) = |U_{amp} \cdot \sin \omega t| = \begin{cases} U_{amp} \cdot \sin \omega t, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -U_{amp} \cdot \sin \omega t, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$



Srednja vrednost od $u_{\sin 2isp}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{sr2isp}(\sin) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\sin 2isp}(t) dt = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.1.1 Za $f > 10$ Hz, voltmeter sa **kretnim kalemom (KK)** i **polutalasnim (jednostranim) ispravljačem (1isp)** meri srednju vrednost U_{sr1} napona $u_{\sin 1isp}(t)$ i množi je faktorom oblika za sinusni napon, koji iznosi 2.22, da bi prikazao efektivnu vrednost ulaznog **sinusnog** napona. Izvesti izraz za faktor oblika.

Očekivano pokazivanje U_{R1} ovog instrumenta je jednako efektivnoj vrednosti U_{T1} sinusnog napona, koja je ujedno i efektivna vrednost U_{eff1} .

$$U_{sr1}(\sin) = U_{sr1isp}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{R1}(\sin) = U_{eff1}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{T1}(\sin) = U_{eff1}(\sin) = \xi_{\sin1isp} \cdot U_{sr1}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\xi_{\sin1isp} = \frac{U_{eff}(\sin)}{U_{sr1isp}(\sin)} = \underline{\hspace{10cm}} = 2.22$$

Za slučaj sinusnog napona $f < 1$ Hz, ovaj instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\sin}(t)$ pomnoženu sa datim koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R1}(\sin, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\sin1isp} \cdot U_{amp}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.1.2 Za $f > 10$ Hz, voltmetar sa **kretnim kalemom (KK)** i **punotalasnim (dvostranim) ispravljačem (2isp)** određuje srednju vrednost U_{sr2} napona $u_{\sin2isp}(t)$ i množi je faktorom oblika koji iznosi 1.11, da bi prikazao efektivnu vrednost ulaznog **sinusnog** napona. Izvesti izraz za faktor oblika.

Očekivano pokazivanje U_{R2} ovog instrumenta je jednako efektivnoj vrednosti U_{T2} sinusnog napona, koja je ujedno i efektivna vrednost U_{eff2} .

$$U_{sr2}(\sin) = U_{sr2isp}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{R2}(\sin) = U_{eff2}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{T2}(\sin) = U_{eff2}(\sin) = \xi_{\sin2isp} \cdot U_{sr2}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\xi_{\sin2isp} = \frac{U_{eff}(\sin)}{U_{sr2isp}(\sin)} = \underline{\hspace{10cm}} = 1.11$$

Za slučaj sinusnog napona na ulazu sa $f < 1$ Hz, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\sin}(t)$ pomnoženu sa koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R2}(\sin, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\sin2isp} \cdot U_{amp}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

3.6.1.3 Za $f > 10$ Hz, voltmetar sa **mekim gvožđem (MG)** meri efektivnu vrednost U_{eff3} **sinusnog** ulaznog napona $u_{sin}(t)$ prema definiciji i direktno prikazuje njegovu efektivnu vrednost. U ovom slučaju nema koeficijenta talasnog oblika.

Očekivano pokazivanje U_{R3} ovog instrumenta je jednako efektivnoj vrednosti U_{T3} sinusnog napona, koja je ujedno i efektivna vrednost U_{eff3} izmerena ovim instrumentom.

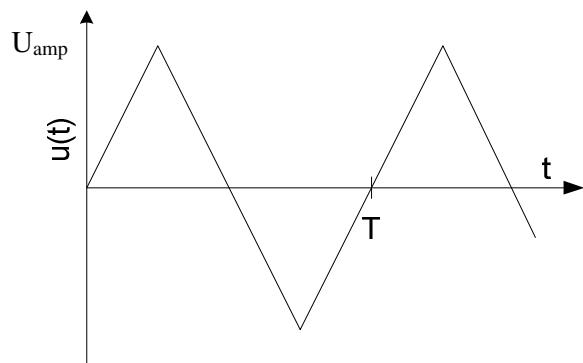
$$U_{eff3}(\sin) = U_{eff}(\sin)$$

$$U_{T3}(\sin) = U_{R3}(\sin) = U_{eff3}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj sinusnog napona na ulazu sa $f < 1$ Hz, instrument sa MG pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{sin}(t)$. Maksimalna očekivana vrednost do koje će doći kazaljka na skali je jednaka amplitudi signala:

$$U_{R3}(\sin, f < 1 \text{ Hz}) = U_{amp}(\sin) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.2 POVORKA TROUGAONIH IMPULSA amplitude U_{amp} i periode T



Napisati matematičku formulaciju trougaonog (tri) napona $u(t) = u_{tri}(t)$, kao na slici.

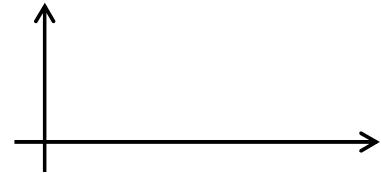
$$u_{\text{tri}}(t) = \begin{cases} \text{_____}, & 0 < t < \frac{T}{4} \\ \text{_____}, & \frac{T}{4} < t < \frac{3T}{4} \\ \text{_____}, & \frac{3T}{4} < t < T \end{cases}$$

Efektivna vrednost ulaznog trougaonog napona $u_{\text{tri}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{\text{eff}}(\text{tri}) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{tri}}^2(t) dt} = \text{_____}$$

Napisati matematičku formulaciju napona $u_{\text{trilisp}}(t)$ nakon polutalasnog ispravljača i skicirati njegov izgled.

$$u_{\text{trilisp}}(t) = \begin{cases} \text{_____}, & 0 < t < \frac{T}{4} \\ \text{_____}, & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \\ \text{_____}, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

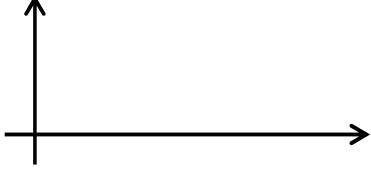


Srednja vrednost od $u_{\text{trilisp}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{\text{sr1isp}}(\text{tri}) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{trilisp}}(t) dt = \text{_____}$$

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

Napisati matematičku formulaciju napona $u_{\text{tri2isp}}(t)$ nakon punotalasnog ispravljača i skicirati njegov izgled.

$$u_{\text{tri2isp}}(t) = \begin{cases} \text{_____}, & 0 < t < \frac{T}{4} \\ \text{_____}, & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \\ \text{_____}, & \frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4} \\ \text{_____}, & \frac{3T}{4} < t < T \end{cases}$$


Srednja vrednost od $u_{\text{tri2isp}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{sr2isp}(\text{tri}) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{tri2isp}}(t) dt = \text{_____}$$

3.6.2.1 Za $f > 10$ Hz, voltmeter sa **kretnim kalemom (KK)** i **polutalasnim ispravljačem (1isp)** određuje srednju vrednost U_{sr1} napona $u_{\text{tri1isp}}(t)$ i množi je faktorom oblika za **sinus** ξ_{sin1isp} , koji iznosi 2.22, umesto sa faktorom oblika za **trougaoni** talasni oblik ξ_{tri1isp} .

Posledica ovoga je da instrument neće pokazati efektivnu i tačnu U_{T1} vrednost napona trougaonog talasnog oblika, već neku očekivanu vrednost U_{R1} , koja u sebi sadrži grešku usled korišćenja pogrešnog koeficijenta oblika.

Izvesti izraz za koeficijent trougaonog talasnog oblika napona i jednostrani ispravljač.

$$U_{sr1}(\text{tri}) = U_{sr1\text{lisp}}(\text{tri}) = \text{_____}$$

$$U_{R1}(\text{tri}) = \xi_{\text{sin1isp}} \cdot U_{sr1}(\text{tri}) = 2.22 \cdot U_{sr1}(\text{tri}) = \text{_____}$$

$$U_{T1}(\text{tri}) = U_{eff}(\text{tri}) = \text{_____}$$

$$\xi_{\text{tri}1\text{lisp}} = \frac{U_{\text{eff}}(\text{tri})}{U_{\text{sr}1\text{lisp}}(\text{tri})} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj trougaonog napona na ulazu sa $f < 1 \text{ Hz}$, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\text{tri}}(t)$ pomnoženu sa koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je :

$$U_{R_1}(\text{tri}, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\text{sin}1\text{lisp}} \cdot U_{\text{amp}}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.2.2 Za $f > 10 \text{ Hz}$, voltmeter sa **kretnim kalemom (KK)** i **punotalasnim ispravljačem (2isp)** određuje srednju vrednost $U_{\text{sr}2}$ napona $u_{\text{tri}2\text{isp}}(t)$ i množi je faktorom oblika za **sinus** $\xi_{\text{sin}2\text{isp}}$, koji iznosi 1.11, umesto sa faktorom oblika za **trougaoni talasni oblik** $\xi_{\text{tri}2\text{isp}}$.

Posledica ovoga je da instrument neće pokazati efektivnu i tačnu U_{T2} vrednost napona trougaonog talasnog oblika, već neku očekivanu vrednost U_{R2} , koja u sebi sadrži grešku usled korišćenja pogrešnog koeficijenta oblika.

Izvesti izraz za koeficijent trougaonog talasnog oblika napona i dvostrani ispravljač.

$$U_{\text{sr}2}(\text{tri}) = U_{\text{sr}2\text{isp}}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{R2}(\text{tri}) = \xi_{\text{sin}2\text{isp}} \cdot U_{\text{sr}2}(\text{tri}) = 1.11 \cdot U_{\text{sr}2}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{T2}(\text{tri}) = U_{\text{eff}}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\xi_{\text{tri}2\text{isp}} = \frac{U_{\text{eff}}(\text{tri})}{U_{\text{sr}2\text{isp}}(\text{tri})} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj trougaonog napona na ulazu sa $f < 1 \text{ Hz}$, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\text{tri}}(t)$ pomnoženu sa koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R2}(\text{tri}, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\text{sin}2\text{isp}} \cdot U_{\text{amp}}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

3.6.2.3 Za $f > 10$ Hz, voltmetar sa **mekim gvožđem (MG)** meri efektivnu vrednost U_{eff3} trougaonog ulaznog napona $u_{tri}(t)$ prema definiciji i direktno prikazuje njegovu efektivnu vrednost. U ovom slučaju nema koeficijenta talasnog oblika.

Očekivano pokazivanje U_{R3} ovog instrumenta je jednako efektivnoj i tačnoj vrednosti U_{T3} trougaonog napona, koja je ujedno i efektivna vrednost U_{eff3} izmerena ovim instrumentom.

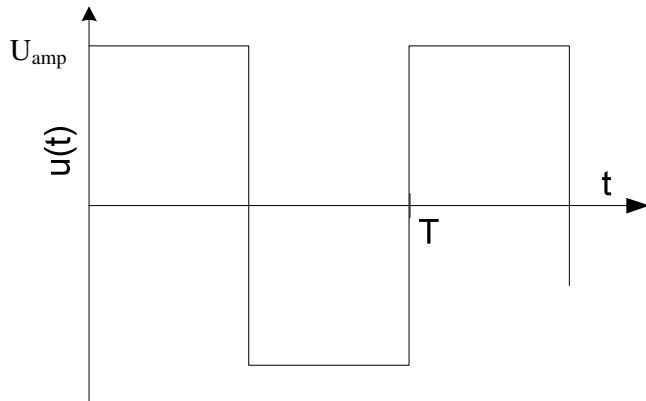
$$U_{eff3}(\text{tri}) = U_{eff}(\text{tri})$$

$$U_{T3}(\text{tri}) = U_{R3}(\text{tri}) = U_{eff3}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj trougaonog napona na ulazu sa $f < 1$ Hz, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{tri}(t)$. Maksimalna očekivana vrednost do koje će doći kazaljka na skali je jednaka amplitudi signala:

$$U_{R3}(\text{tri}, f < 1 \text{ Hz}) = U_{amp}(\text{tri}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.3 POVORKA PRAVOUGAONIH IMPULSA (ČETVRTKI) amplitude U_{amp} , periode T i faktora ispune 50 % (jednake dužine trajanja visokog i niskog stanja impulsa tokom jedne periode)



Matematička formulacija povorke četvrtki (sqr) napona $u(t) = u_{sqr}(t)$, kao na slici, data je sa:

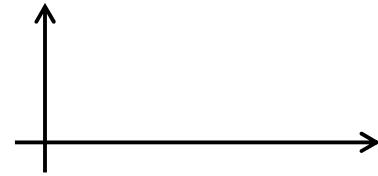
$$u_{\text{sqr}}(t) = \begin{cases} U_{\text{amp}}, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -U_{\text{amp}}, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

Efektivna vrednost ulaznog napona pravougaonog talasnog oblika $u_{\text{sqr}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{\text{eff}}(\text{sqr}) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{sqr}}^2(t) dt} =$$

Nakon polatalasnog ispravljača se dobija napon $u_{\text{sqr1isp}}(t)$. Polatalasni ispravljač odseca negativne vrednosti napona. Skicirati izgled ovog napona.

$$u_{\text{sqr1isp}}(t) = \begin{cases} U_{\text{amp}}, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ 0, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$



Srednja vrednost od $u_{\text{sqr1isp}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{\text{sqr1isp}}(\text{sqr}) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{sqr1isp}}(t) dt =$$

Nakon punotalasnog ispravljača se dobija napon $u_{\text{sqr2isp}}(t)$. Skicirati izgled ovog napona.

$$u_{\text{sqr2isp}}(t) = \begin{cases} U_{\text{amp}}, & 0 < t < \frac{T}{2} \\ |-U_{\text{amp}}|, & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$



Ovo se može napisati i kao:

$$u_{\text{sqr2isp}}(t) = U_{\text{amp}}, \quad 0 < t < T$$

Srednja vrednost od $u_{\text{sqr2isp}}(t)$, po definiciji, je:

$$U_{sr2isp}(\text{sqr}) = \frac{1}{T} \int_0^T u_{\text{sqr2isp}}(t) dt = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.3.1 Za $f > 10$ Hz, voltmeter sa **kretnim kalemom (KK)** i **polusalasnim ispravljačem (1isp)** određuje srednju vrednost U_{sr1} napona $u_{\text{sqr1isp}}(t)$ i množi je faktorom oblika **za sinus** ξ_{sinlisp} , koji iznosi 2.22, umesto sa faktorom oblika **za pravougaoni** talasni oblik ξ_{sqr1isp} .

Posledica ovoga je da instrument neće pokazati efektivnu i tačnu U_{T1} vrednost napona trougaonog talasnog oblika, već neku očekivanu vrednost U_{R1} , koja u sebi sadrži grešku usled korišćenja pogrešnog koeficijenta oblika.

Izvesti izraz za koeficijent pravougaonog talasnog oblika napona i jednostrani ispravljač.

$$U_{sr1}(\text{sqr}) = U_{sr1isp}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{R1}(\text{sqr}) = \xi_{\text{sinlisp}} \cdot U_{sr1}(\text{sqr}) = 2.22 \cdot U_{sr1}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{T1}(\text{sqr}) = U_{eff}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\xi_{\text{sqr1isp}} = \frac{U_{eff}(\text{sqr})}{U_{sr1isp}(\text{sqr})} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj četvrtki na ulazu sa $f < 1$ Hz, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\text{sqr}}(t)$ pomnoženu sa koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R1}(\text{sqr}, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\text{sinlisp}} \cdot U_{amp}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.3.2 Za $f > 10$ Hz, voltmetar sa **kretnim kalemom (KK)** i **punotalasnim ispravljačem (2isp)** određuje srednju vrednost U_{sr2} napona $u_{\text{sqr}2\text{isp}}(t)$ i množi je faktorom oblika za **sinus** $\xi_{\text{sin}2\text{isp}}$, koji iznosi 1.11, umesto sa faktorom oblika za **pravougaoni** talasni oblik $\xi_{\text{sqr}2\text{isp}}$.

Posledica ovoga je da instrument neće pokazati efektivnu i tačnu U_{T2} vrednost napona trougaonog talasnog oblika, već neku očekivanu vrednost U_{R2} , koja u sebi sadrži grešku usled korišćenja pogrešnog koeficijenta oblika.

Izvesti izraz za koeficijent pravougaonog talasnog oblika napona i dvostrani ispravljač.

$$U_{sr2}(\text{sqr}) = U_{sr2\text{isp}}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{R2}(\text{sqr}) = \xi_{\text{sin}2\text{isp}} \cdot U_{sr2}(\text{sqr}) = 1.11 \cdot U_{sr2}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$U_{T2}(\text{sqr}) = U_{eff}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\xi_{\text{sqr}2\text{isp}} = \frac{U_{eff}(\text{sqr})}{U_{sr2\text{isp}}(\text{sqr})} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj četvrtki na ulazu sa $f < 1$ Hz, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\text{sqr}}(t)$ pomnoženu sa koeficijentom oblika za koji je instrument podešen. Maksimalna vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R2}(\text{sqr}, f < 1 \text{ Hz}) = \xi_{\text{sin}2\text{isp}} \cdot U_{amp}(\text{sqr}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

3.6.3.3 Za $f > 10$ Hz, voltmetar sa **mekim gvožđem (MG)** meri efektivnu vrednost U_{eff3} **pravougaonog** ulaznog napona $u_{\text{sqr}}(t)$ prema definiciji i direktno prikazuje njegovu efektivnu vrednost. U ovom slučaju nema koeficijenta talasnog oblika.

Očekivano pokazivanje U_{R3} ovog instrumenta je jednako efektivnoj i tačnoj vrednosti U_{T3} pravougaonog napona, koja je ujedno i efektivna vrednost U_{eff3} izmerena ovim instrumentom.

$$U_{eff3}(\text{sqr}) = U_{eff}(\text{sqr})$$

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata

$$U_{T3}(\text{sqrt}) = U_{R3}(\text{sqrt}) = U_{eff\ 3}(\text{sqrt}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Za slučaj četvrtki na ulazu sa $f < 1 \text{ Hz}$, instrument pokazuje trenutnu vrednost signala $u_{\text{sqrt}}(t)$. Maksimalna očekivana vrednost do koje će doći kazaljka na skali je:

$$U_{R3}(\text{sqrt}, f < 1 \text{ Hz}) = U_{amp}(\text{sqrt}) = \underline{\hspace{10cm}}$$

Ovde je važno primetiti da jedan isti pravougaoni napon doveden na tri voltmetra, izaziva potpuno različita pokazivanja. Zašto?

3.7 Koeficijent talasnog oblika

Koeficijent talasnog oblika ξ se definiše kao:

$$\xi = \frac{U_{eff}}{U_{sr}}$$

U_{eff} je efektivna vrednost naizmeničnog signala, a U_{sr} je srednja vrednost ispravljenog (jednosmernog pulsirajućeg) napona.

Pošto vrednost koeficijenta zavisi i od vrste ispravljača koji se koristi, definišu se posebni koeficijenti: ξ_{1isp} za polatalasni (jednostrani) ispravljač i ξ_{2isp} za punotalasni (dvostrani) ispravljač.

U tabelu prepisati vrednosti odgovarajućih koeficijenata, određenih u poglavlju 3.6, za svaki talasni oblik.

Talasni oblik ($f > 10 \text{ Hz}$)	Koeficijent ξ_{1isp} za polatalasni ispravljač	Koeficijent ξ_{2isp} za punotalasni ispravljač
sinusi		
trougaoni		
četvrtke		

Korisno je zapamtiti koeficijente za standardne talasne oblike koji su dati u ovoj tabeli, pošto se mogu koristiti u zadacima direktno bez prethodnog izvođenja. Ukoliko je u zadatku dat neki nestandardni talasni oblik signala, potrebno je odrediti koeficijent talasnog oblika polazeći od početnih definicija, kao što je opisano u prethodnom delu vežbe.

Primeti da je koeficijent za polutalasni ispravljač tačno dva puta veći od koeficijenta za punotalasni ispravljač samo u slučaju simetričnih talasnih oblika, kao što su tri osnovna data u gornjoj tabeli. Za nesimetrične talasne oblike, ovaj odnos koeficijenata ne važi!

Takođe, ukoliko signal pravougaonog talasnog oblika nije simetričan, odnosno faktor ispune nije 50 %, tj. vreme pozitivnog i negativnog dela signala nije jednako ($T/2$), sve vrednosti se moraju ponovo preračunati prema definiciji.

3.8 DIJAGRAMI PROCESA MERENJA NAIZMENIČNOG NAPONA ZA INSTRUMENTE SA KRETNIM KALEMOM I MEKIM GVOŽĐEM

Radi lakšeg razumevanja i pamćenja načina rada instrumenata sa kretnim kalemom (KK) i mekim gvožđem (MG), u zavisnosti od frekvencije ulaznog signala, dati su dijagrami sa osnovnim funkcionalnim blokovima koji pojašnjavaju tok signala od ulaza do očitavanja skretanja kazaljke na skali instrumenta.

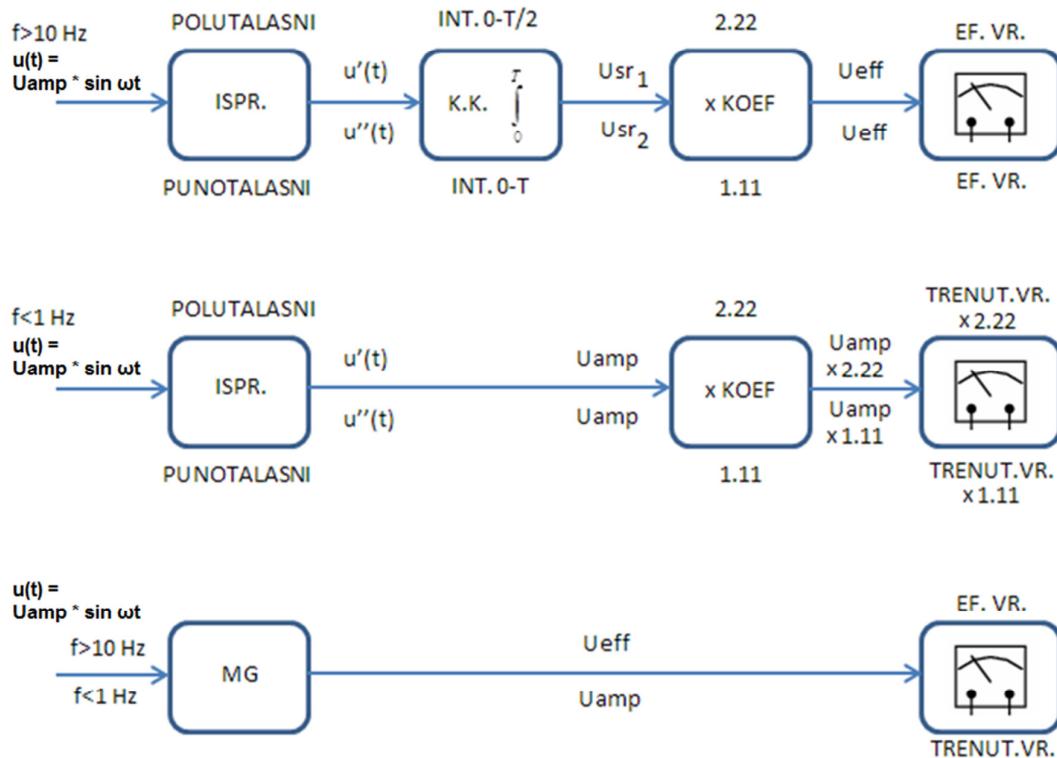
Primeri koeficijenata talasnih oblika su dati za instrumente prilagođene SAMO za merenje sinusnog napona, što je i najčešći slučaj u praksi. Ukoliko nije eksplicitno navedeno drugačije, podrazumevamo da su instrumenti za merenje naizmeničnih vrednosti podešeni da pokazuju efektivnu vrednost sinusnog (prostoperiodičnog) ulaznog napona frekvencije 50 Hz.

Primeri granica integrala važe samo za sinus. Kod nepravilnih i nesimetričnih talasnih oblika granice integrala se menjaju i ne moraju biti 0-T/2 za polutalasni ispravljač.

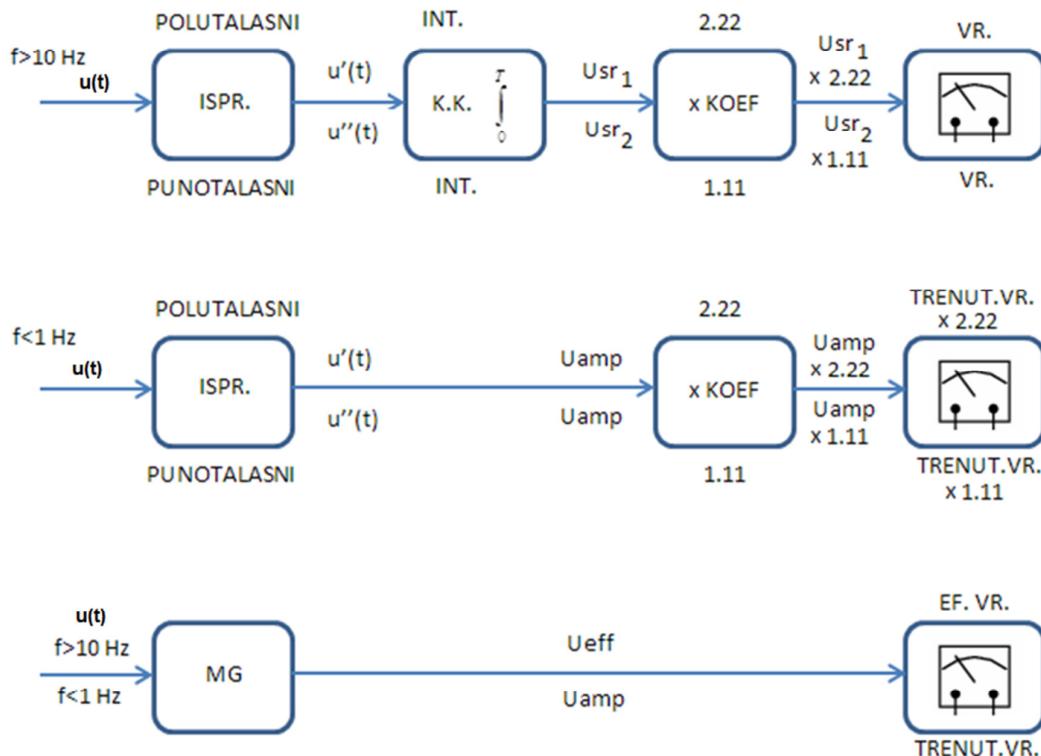
Slika A pokazuje instrumente koji su prilagođeni za merenje sinusnog talasnog oblika. Na njihov ulaz je doveden sinus amplitude U_{amp} , pri čemu za $f > 10 \text{ Hz}$, instrumenti sa KK i MG pokazuju efektivnu vrednost signala U_{eff} . Za $f < 1 \text{ Hz}$, instrumenti sa KK pokazuju ispravljenu trenutnu vrednost ulaznog signala pomnoženu sa koeficijentom, a instrument sa MG samo trenutnu vrednost.

Slika B pokazuje instrumente koji su prilagođeni za merenje sinusnog talasnog oblika i na njihov ulaz je doveden neki nesinusni signal $u(t)$ amplitude U_{amp} . U tom slučaju, za $f > 10 \text{ Hz}$, instrumenti sa KK pokazuju neku vrednost VR., koja nije efektivna vrednost ulaznog napona, dok MG pokazuje efektivnu vrednost ulaznog napona. Za $f < 1 \text{ Hz}$, instrumenti sa KK pokazuju ispravljenu trenutnu vrednost ulaznog signala pomnoženu sa koeficijentom, a instrument sa MG samo trenutnu vrednost.

Uticaj talasnih oblika na pokazivanje instrumenata



Slika A. Dijagram procesa merenja sinusnog napona.



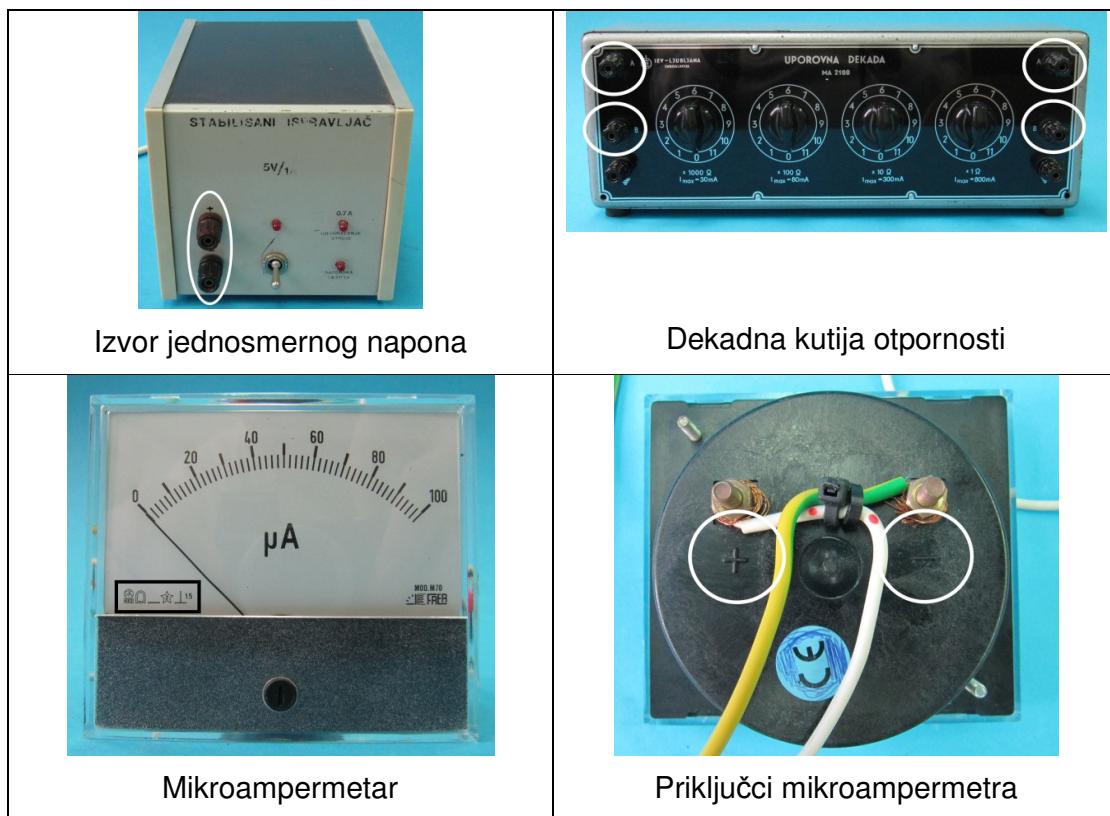
Slika B. Dijagram procesa merenja nesinusnog napona.

VEŽBA BROJ 4.1

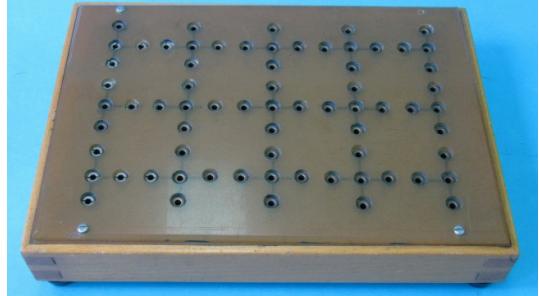
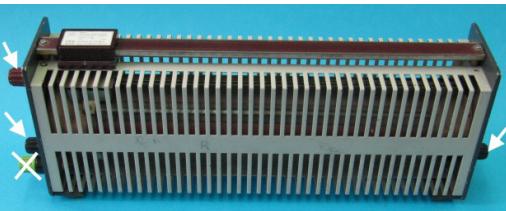
PROŠIRIVANJE MERNOG OPSEGA AMPERMETRA I VOLTMETRA

ZADATAK: Proširiti merni opseg datog mikroampermetra i milivoltmetra.

- PRIBOR:**
- E - izvor jednosmernog napona +5 V;
 - μA - mikroampermetar **M.70**, 100 μA ;
 - mA - miliampermetar **ΦBLO 120**;
 - mV - milivoltmetar, 250 mV;
 - V_1 - multimetar **Л4353**;
 - R - promenljivi otpornik - klizni potenciometar **PRN 432**, 10 000 Ω ;
 - R_1 - promenljivi otpornik - klizni potenciometar **PRN 432**, 1 000 Ω .
 - R_s , R_p - dekadna kutija otpornosti **MA 2100** ili **MA 2102**, $x \Omega$.
 - ... - tabla sa čvorištima + 9 kablova.



Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

	
Miliampermetar	Tabla sa čvorištima
	
Milivoltmetar	Priklučci milivoltmetra
	
Multimetar	Skala multimetra
	
Klizni potenciometar	Priklučci kliznog potenciometra

4.1.1 Proširivanje mernog opsega ampermetra

Osnovni instrument sa kretnim kalemom je ampermetar sa unutrašnjom otpornošću R_a i maksimalnom strujom I_{amax} koju može da izmeri.

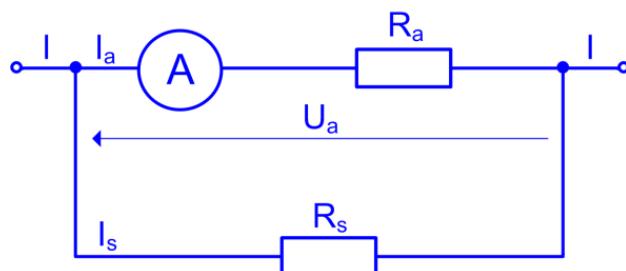
Ako se kroz takav instrument propusti struja veća od maksimalnog opsega, kazaljka će otići u krajnji desni položaj na kraju skale, indikujući prekoračenje dozvoljene merene veličine, i pri tome može doći do fizičkog oštećenja kazaljke i kretnog mehanizma, mernog kalema, ili čak pregorevanja celog instrumenta. Sam instrument ne može da meri veću struju od dozvoljene, i to se ne može promeniti u samom uređaju, ali je moguće izvršiti proširenjem njegovog mernog opsega.

Osnovna ideja je da se paralelno instrumentu i njegovoj unutrašnjoj otpornosti veže dodatni otpornik male otpornosti, tzv. šant. Ovim se efektivno dobija strujni razdelnik. Pogodnim odabirom vrednosti šanta, podešavamo da veći deo struje prolazi kroz šant, a tek manji deo, proporcionalan ulaznoj struji, kroz sam instrument.

Ako želimo da merimo duplo veću struju, otpornost šanta će biti jednaka otpornosti instrumenta kako bi se ulazna struja razdvojila na dva jednakata dela, a za veće struje šant će biti još manji, kako bi "krao" veći deo merene struje.

Kao primer možemo uzeti instrument koji može da meri struju do 1 mA, a pokušavamo da izmerimo struju do 10 mA. Odabiramo šant tako da pri maksimalnoj ulaznoj struci od 10 mA (opseg merenja), kroz instrument prolazi njegova maksimalna struja 1 mA, a kroz šant preostalih 9 mA. Ovim dobijamo instrument koji meri struju *proporcionalnu* ulaznoj, tako da sve vrednosti originalne skale instrumenta množimo faktorom proširenja, u ovom slučaju sa $n = 10$.

Primetiti da ako instrument u prethodnom primeru pokazuje npr. 0.2 mA, tj. da se meri ukupna struja od 2 mA, to znači da koliko je ulazna struja proporcionalno manja od maksimalne, toliko je manja i maksimalna struja kroz instrument. Struja kroz instrument nije uvek maksimalnih 1 mA!



Slika 4.1.1. Proširivanje mernog opsega ampermetra – opšti slučaj.

Veličine koje figurišu na slici 4.1.1:

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

I_a	– struja kroz instrument A
R_a	– unutrašnja otpornost instrumenta A
R_s	– šant za proširivanje mernog opsega
I_s	– struja kroz šant
I	– struja koja se meri
U_a	– napon na krajevima instrumenta i šanta

Ukoliko želimo da proširimo opseg merenja n puta za dati ampermetar A , vrednost šanta računamo kao:

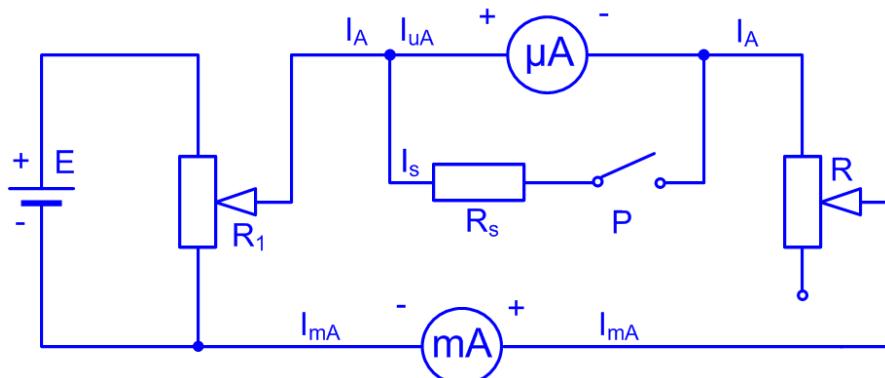
$$n = \frac{I_{max}}{I_{a_{max}}} = \frac{I}{I_a} \quad I = I_a + I_s \quad I_a = \frac{U_a}{R_a} \quad I_s = \frac{U_a}{R_s} \quad I_{max} = I_{a_{max}} + I_{s_{max}}$$

$$I_{s_{max}} = (n-1) \cdot I_{a_{max}} = (n-1) \cdot \frac{U_{a_{max}}}{R_a} = \frac{U_{a_{max}}}{R_s}$$

$$R_s = \frac{R_a}{n-1}$$

Šema električnog kola

Sastaviti kolo prema šemi na slici 4.1.2a.



Slika 4.1.2a. Električna šema proširivanja mernog opsega mikroampermetra.

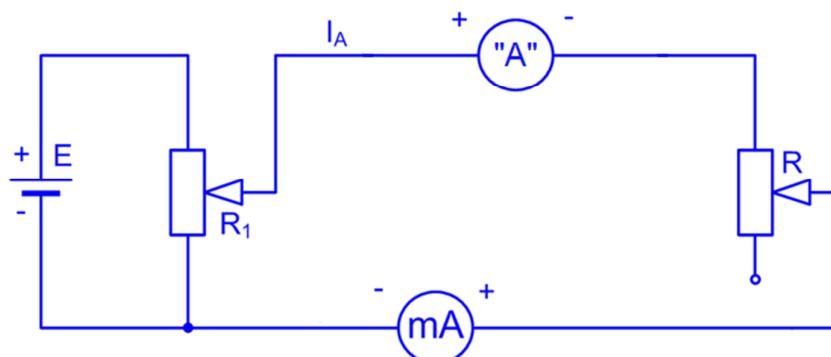
Opis mernog kola

Izvor E fiksnog jednosmernog (DC) napona je vezan na krajeve potencijometra R_1 , koji je povezan kao razdelnik napona. Ovim se dobija da E i R_1 čine promeljivi izvor DC napona opsega ($0 - E$) V prema ostatku kola.

Kolo čine redna veza mikroampermetra μA čiji se opseg proširuje, zaštitna otpornost R kojom ograničavamo struju kroz instrumente i kontrolni miliampermetar mA. Paralelno sa μA vezan je šant R_s - dekadna kutija otpornosti.

Podešavanjem napona u kolu potenciometrom R_1 , redne otpornosti reostata (promenljivog otpornika) R i vrednosti šanta R_S , nameštamo željeni faktor proširenja opsega n , i to tako da μA pokaže maksimalnih $100 \mu A$, a da mA pokaže maksimalnu ukupnu struju koja se meri, tj. $n \cdot 100 \mu A$, zbog čega nam je i potreban miliampermetar koji ima veći opseg merenja od instrumenta koji ispitujemo. Vidimo i da je merena struja $I_A = I_{mA}$.

Na ovaj način je pomoću mikroampermetra μA i šanta R_S dobijen novi ekvivalentni ampermetar "A", čiji je merni opseg n puta veći osnovnog opsega μA , kao na slici 4.1.2b.



Slika 4.1.2b. Ekvivalentna šema ampermetra A sa slike 4.1.2a.

Greška novonastalog ampermetra A mora biti veća od greške samog μA , jer A predstavlja kombinaciju komponenti μA i R_S , od kojih obe imaju svoju grešku.

Za svako dato proširenje od n puta osnovnog opsega instrumenta μA , ostvaren je jedan novi ampermetar $A(n)$, pa je zato potrebno posebno računati grešku za svaki $A(n)$ posebno.

Povezivanje

Za čvorove sa tri i više provodnika koristiti maketu sa konektorima.

Obratiti pažnju da pozitivan (+) kraj DC izvora napajanja bude spojen na jedan kraj potenciometra R_1 , a ne na klizač.

Ulogu prekidača P vrši jedan kraj običnog provodnika, koji će za zatvoren položaj prekidača biti povezan u kolo, a za otvoren položaj odspojen iz kola. Za početno merenje prekidač treba da je otvoren tj. provodnik nije spojen. Treći kraj R ostaviti slobodan.

Opseg mA podesiti prema maksimalnoj očekivanoj struci u kolu, u ovom slučaju to je opseg od 0.6 mA (R je ovde zaštita od prevelike struje, pa ovo možemo uraditi).

Obratiti pažnju da se na dekadnoj kutiji koriste samo priključci A i B (može ih biti i dva para), dok se donji priključak sa oznakom uzemljenja ne koristi, on je spojen na šasiju uređaja. Isto važi i za potenciometar, koji može imati i četvrti izvod za uzemljenje šasije, često označen zelenom bojom, koji se takođe ne koristi na ovim vežbama, a služi za zaštitno uzemljenje šasije pri visokonaponskim merenjima.

Uputstvo za merenje

Pre uključivanja izvora, klizač potenciometra R postaviti na sredinu. Prekidač P ostaviti otvoren. Proveriti da li instrumenti pokazuju nulu. Klizač potenciometra R_1 postaviti u položaj u kome ostatak kola dobija minimalan napon, što prema šemi znači da klizač treba da bude u skroz donjem položaju, a u praktičnoj izvedbi da bude bliže kraju potenciometra koji je povezan na negativan kraj izvora, tj. na masu.

Time je obezbeđeno da se pri uključivanju napajanja u kolu javlja praktično nulti napon, a velika otpornost R obezbeđuje da je struja takođe mala. Ako se ne klizač potenciometra ne postavi tako da je napon minimalan na početku, u trenutku uključivanja bi se mogla pojaviti velika struja opasna po sve elemente kola!

Ovi preduslovi omogućavaju da mA možemo odmah podesiti na najniži merni opseg, jer znamo da će struja u kolu biti približno 0 pri uključivanju. U svim ostalim slučajevima, kada nam nisu poznate struje i naponi u kolu, pre uključivanja je obavezno na svakom ampermetru podesiti najveći merni opseg kako bi zaštitili instrumente od pregorevanja usled velike početne struje.

Privremeno isključiti provodnik sa (+) kraja DC izvora napajanja, uključiti ga prebacivanjem preklopnika u položaj uključeno, i provodnikom samo kratko dodirnuti (+) priključak, pri čemu treba posmatrati sve instrumente. Ukoliko nema "zakucavanja" kazaljki na suprotan kraj skale, to znači da je sve dobro povezano i podešeno. Povezati (+) kraj izvora.

Povećavati napon u kolu postepenim pomeranjem klizača potenciometra R_1 naviše, prema (+) kraju DC napajanja, sve dok mikroampermetar ne pokaže pun otklon.

Očitana struju I_{mA} na miliampermetru treba da je približno ista sa očitanom strujom na mikroampermetru μA . Pošto je prekidač isključen, šant nije povezan u kolo, tako da ista struja teče kroz oba instrumenta.

Da bi se merni opseg mikroampermetra proširio n puta, potrebno je vezati šant R_S u paralelu sa instrumentom, kao na slici 4.1.1. Postaviti R_S na najmanju vrednost prebacivanjem svih preklopnika na 0. Zatvoriti prekidač P. Sada sva struja teče kroz kratak spoj P, pa μA pokazuje 0.

Povećavati vrednost R_S , prvo početi sa preklopnikom umnoška x100, potom i sa manjim, a uporedo postepeno podešavati i R_1 . Podešavati vrednosti sve dok mikroampermetar ne pokaže tačno pun otklon, a istovremeno miliampermetar treba da pokaže vrednost struje I_{mA} koja je tačno n puta veća od struje $I_{\mu A}$, tj. dok se ne postigne tačan odnos struja:

$$\frac{I_{mA}}{I_{\mu A}} = n$$

Istom procedurom ponoviti merenja za sve koeficijente proširenja, podešavanjem R_1 i R_S , bez isključivanja izvora.

Obratiti pažnju da kazaljka μA ne pređe poslednji podeok na skali (pun opseg) ni u jednom slučaju tokom merenja!

Zbog toga **OBAVEZNO** prvo smanjivati vrednost R_S , pa tek onda povećavati napon i struju u kolu sa R_1 , pri prelasku na veća proširenja opsega.

Ukoliko za neke faktore proširenja nije moguće postići maksimalnu traženu struju I_{mA} , potrebno je smanjiti vrednost zaštitne otpornosti R u kolu (obratiti pažnju na koju stranu je potrebno pomeriti klizač), čime se omogućava protok veće struje kroz kolo. Potom nastaviti podešavanje prema prethodnoj proceduri.

Uvek paziti na pokazivanje μA , da ne pređe preko punog opsega!

Po završetku merenja, klizač R_1 postaviti u položaj koji obezbeđuje nulti napon prema ostaku kola, isključiti napajanje i odspojiti sve provodnike.

Potrebne vrednosti n , $I_{\mu A}$, I_{mA} , već su date u tabeli. Uneti vrednosti R_S koje odgovaraju ovim merenjima.

Pošto u prvom koraku $n = 1$ nema proširivanja opsega, tada je A zapravo samo μA , pa zapisati samo klasu tačnosti sa μA .

Takođe, pokazivanja μA i mA treba da se približno poklapaju za $n = 1$.

Kao dodatni rezultat ovakvog eksperimentalnog nalaženja vrednosti šanta za proširivanje mernog opsega mikroampermetra, dobijena vrednost R_S omogućava izračunavanje unutrašnje otpornosti $R_{\mu A}$ mikroampermetra.

$$R_{\mu A} = (n - 1) \cdot R_S$$

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

n	$I_{\mu A}$ μA	$I_{mA} = I_{Amax}$ mA	R_S Ω	$R_{\mu A}$ Ω	R_A Ω	R_A' $\Omega \cdot mA$	kl_A $\%$
1	100	0.1	∞				
2	100	0.2					
3	100	0.3					
4	100	0.4					
5	100	0.5					
6	100	0.6					

Tabela 4.1.1. Rezultati merenja pri proširivanju mernog opsega mikroampermetra.

Klasa tačnosti mikroampermetra $kl_{\mu A}$ se može očitati sa samog instrumenta. Za slučaj bez proširenja opsega, tj. $n = 1$, $kl_A = kl_{\mu A}$.

Ovako određena vrednost $R_{\mu A}$ ujedno služi i za proveru obavljenih merenja, pošto se unutrašnja otpornost instrumenta ne menja i trebalo bi u idealnom slučaju da je ista za sva merenja.

Povezivanjem šanta dobijamo, praktično, novi instrument – ampermetar A , koji ima nešto manju tačnost usled dodavanja nove komponente – otpornika, koji takođe ima neku toleranciju, čime se unosi nova greška u merenje.

Primetiti da je vrednost podešena na I_{mA} sada ujedno i vrednost proširenog opsega novog ampermetra A , tj. $I_{mA} = I_{Amax}$.

Ako je $I_{\mu Amax}$ merni opseg mikroampermetra μA , tada je njegova klasa:

$$kl_{\mu A} = \frac{\max |\Delta I_{\mu A}|}{I_{\mu Amax}} \cdot 100 \%$$

Odavde možemo odrediti maksimalnu grešku instrumenta za dati merni opseg:

$$\Delta I_{\mu A} \leq \max |\Delta I_{\mu A}| = \frac{kl_{\mu A} \cdot I_{\mu Amax}}{100} =$$

Da bi odredili klasu tačnosti kl_A ovog novonastalog instrumenta A sa proširenim opsegom, potrebno je naći njegove sigurne granice greške merenja.

Polazimo od izraza za veličinu koja se meri:

$$I_A = I_{\mu A} + I_S = I_{\mu A} + \frac{U_S}{R_S} = I_{\mu A} + \frac{U_{\mu A}}{R_S} = I_{\mu A} + \frac{I_{\mu A} \cdot R_{\mu A}}{R_S} = I_{\mu A} \cdot \left(1 + \frac{R_{\mu A}}{R_S} \right)$$

Iz izraza za merenu struju naći sigurne granice greške $|\Delta I_A|$ u absolutnom obliku, diferenciranjem izraza po $I_{\mu A}$, $R_{\mu A}$ i R_S . Ovu vrednost uzeti za absolutnu grešku merenja struje ΔI_A pri izračunavanju klase tačnosti novonastalog ampermetra.

Vrednost $R_{\mu A}$ i grešku $\Delta R_{\mu A}$ izračunati iz tabele 4.1.1, kao aritmetičku sredinu i standardno odstupanje (devijaciju). Ovo je potrebno uraditi kako bi smanjili uticaj greške sa kojom je određena vrednost unutrašnje otpornosti instrumenta. Pošto nam nisu poznati podaci o pravoj vrednosti $R_{\mu A}$ i tačnosti sa kojom je poznajemo $\Delta R_{\mu A}/R_{\mu A}$, ovo je najbolji način da odredimo najpribližnije vrednosti.

Više detalja o statističkim vrednostima, računanju aritmetičke sredine i standardnog odstupanja, dato je u Vežbi 6.

$$R_{\mu A} \approx \bar{R}_{\mu A} = \frac{\sum_{i=1}^N R_{\mu A i}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^5 R_{\mu A i}}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\Delta R_{\mu A} \approx \sigma_{N-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_{\mu A i} - \bar{R}_{\mu A})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (R_{\mu A i} - \bar{R}_{\mu A})^2}{4}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Tačnost R_S poznajemo s greškom ne većom od:

$$\frac{\Delta R_S}{R_S} = 1 \%$$

Odrediti izraz za sigurne granice greške merenja struje I_A ampermetrom A kojem je proširen opseg merenja:

$$|\Delta I_A| \leq \left| \frac{\partial I_A}{\partial I_{\mu A}} \Delta I_{\mu A} \right| + \left| \frac{\partial I_A}{\partial R_{\mu A}} \Delta R_{\mu A} \right| + \left| \frac{\partial I_A}{\partial R_S} \Delta R_S \right| = \underline{\hspace{2cm}}$$

Odavde možemo odrediti klasu tačnosti instrumenta A sa proširenim opsegom, smatrajući sigurne granice greške merenja za najveću absolutnu grešku instrumenta sa proširenim opsegom:

$$kl_A = \frac{|\Delta I_A|}{I_{A \max}} \cdot 100 \%$$

Prethodno opisanu proceduru ponoviti za svaki opseg posebno!

4.1.2 Karakteristična unutrašnja otpornost ampermetra

Karakteristična unutrašnja otpornost ampermetra R_A' predstavlja količnik njegovog mernog opsega $I_{A\max}$ i unutrašnje provodnosti instrumenta S_A .

Pogodna je da opiše unutrašnju otpornost instrumenta sa više mernih područja. Umesto navođenja vrednosti unutrašnje otpornosti za svaki opseg posebno, dovoljno je poznavati samo ovu jednu vrednost kojom je moguće odrediti unutrašnju otpornost za svaki merni opseg.

Ovde se koristi pojam provodnosti koji odgovara recipročnoj vrednosti otpornosti, jer se kod ampermetra unutrašnja otpornost smanjuje sa povećanjem mernog opsega, dok se provodnost povećava.

Dimenzija karakteristične otpornosti ampermetra je $\Omega \cdot A$, tj. om puta osnovna jedinica merene veličine – amper.

Unutrašnja otpornost ampermetra A sa proširenim mernim opsegom iznosi:

$$R_A = R_{\mu A} \| R_s = \frac{R_{\mu A} \cdot R_s}{R_{\mu A} + R_s}$$

Karakteristična unutrašnja otpornost R_A' ampermetra A iznosi:

$$R_A' = \frac{I_{A\max}}{S_A} = R_A \cdot I_{A\max} = \frac{R_{\mu A} \cdot R_s}{R_{\mu A} + R_s} \cdot I_{A\max}$$

Odavde sledi da ukoliko poznajemo karakterističnu unutrašnju otpornost ampermetra, možemo odrediti njegovu unutrašnju otpornost za svaki merni opseg:

$$R_A = \frac{R_A'}{I_{A\max}}$$

Ukupna unutrašnja otpornost instrumenta je sve manja sa proširenjem mernog opsega, zbog paralelno vezanog šanta koji mora biti sve manje otpornosti kako bi u strujnom razdelniku sve veći deo ulazne (merene) struje protekao kroz njega.

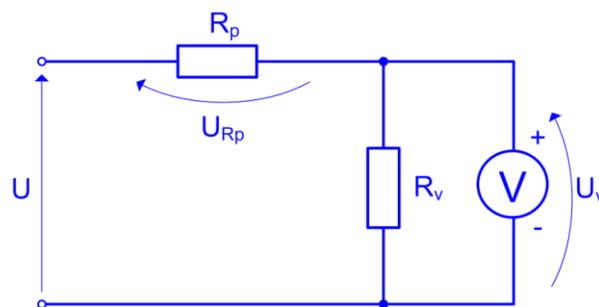
Karakteristična otpornost u ovom slučaju ima dimenziju $\Omega \cdot mA$. Vrednost karakteristične unutrašnje otpornosti bi trebalo da bude uvek ista, dok u realnom slučaju postoje manja odstupanja zbog grešaka koje se javljaju pri merenju.

4.1.3 Proširivanje mernog opsega voltmetra

Slično kao i kod ampermetra, voltmetar V ima svoju unutrašnju otpornost R_V i maksimalni napon koji može da izmeri U_{Vmax} . Za proširivanje opsega merenja, potrebno je povezati *predotpornik* R_p redno sa voltmetrom, koji sa unutrašnjom otpornošću R_V voltmetra čini razdelnik merenog napona. Ako se odabere R_p veće otpornosti od R_V , na njemu će biti veći pad napona, dok će manji deo biti na instrumentu, čime R_p "krade" deo napona, i omogućava da voltmetar meri samo manji deo napona, proporcionalnog ulaznom naponu.

Kao primer, možemo uzeti voltmetar V koji može da meri do 1 V, i ako na njega dovedemo direktno 10 V, kazaljka će preći pokazivanje punog opsega skale, te može doći do oštećenja instrumenta.

Pogodno odabrana vrednost predotpornika R_p omogućava da za ulaznih 10 V, voltmetar pokazuje 1 V, a da je na R_p pad napona od preostalih 9 V. Pošto smo opseg proširili za $n = 10$ puta, očitavanje instrumenta množimo tim faktorom da bi dobili podatak o merenoj veličini.



Slika 4.1.3. Proširivanje mernog opsega voltmetra – opšti slučaj.

Veličine koje figurišu na slici 4.1.3:

- R_p – predotpornik za proširivanje mernog opsega V
- R_V – unutrašnja otpornost voltmetra V
- U – ulazni napon koji se meri
- U_v – napon na voltmetru V
- U_{Rp} – napon na predotporniku R_p

Ako na kolo iz prethodnog primera dovedemo napon od 1 V, padovi napona će biti opet proporcionalni, instrument će pokazivati 0.1 V (napon na njemu nije uvek 1 V), na R_p će biti pad napona od 0.9 V. Ako očitavanje instrumenta pomnožimo faktorom 10, dobijamo izmereni ulazni napon od 1 V.

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

Odavde možemo odrediti potrebnu vrednost predotpornika R_p za faktor proširenja opsega n :

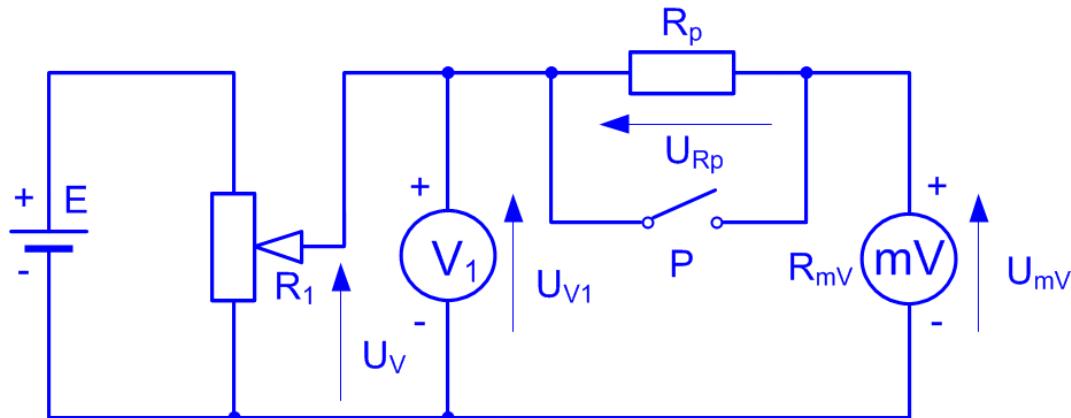
$$U = U_{R_p} + U_V \quad U_V = \frac{R_V}{R_V + R_p} \cdot U \quad U_{V_{\max}} = \frac{R_V}{R_V + R_p} \cdot U_{\max}$$

$$n = \frac{U_{\max}}{U_{V_{\max}}} = \frac{R_V + R_p}{R_V} = 1 + \frac{R_p}{R_V}$$

$$R_p = (n - 1) \cdot R_V$$

Šema električnog kola

Sastaviti kolo prema šemi na slici 4.1.4a.



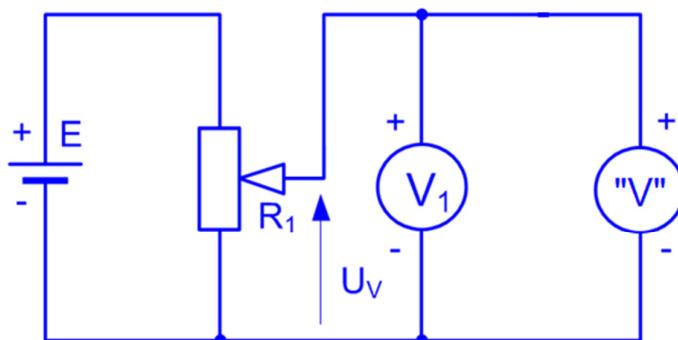
Slika 4.1.4a. Električna šema proširivanja mernog opsega voltmetra.

Opis mernog kola

Izvor fiksnog jednosmernog napona E je vezan na krajeve R_1 , koji je povezan kao razdelnik napona, isto kao u prvom delu vežbe. Kolo čini paralelna veza dva instrumenta, referentnog voltmetra V_1 (multimetar) i ispitivanog mV (voltmetar kojem proširujemo opseg). U grani sa mV se redno vezuje predotpornik R_p čija vrednost određuje koeficijent proširenja opsega n .

Potenciometrom R_1 se zadaje mereni napon koji se direktno očitava na V_1 , dok se R_p podešava tako da mV ima maksimalno skretanje, tj. da mu za taj napon bude očitavanje na maksimumu mernog opsega.

Ako mV ima originalno merni opseg 250 mV, R_p se podešava tako da se dobije željeni faktor proširenja n , pri čemu će referentni voltmeter V_1 imati očitavanje od tačno $n \cdot 250$ mV, a očitavanje mV će se množiti sa n kako bi se dobio ispravan rezultat. Vidimo i da je mereni napon $U_V = U_{V1}$.



Slika 4.1.4b. Ekvivalentna šema voltmetera V sa slike 4.1.4a.

Na ovaj način je pomoću milivoltmeta mV i predotpornika R_p dobijen novi ekvivalentni voltmeter "V", čiji je merni opseg n puta veći osnovnog opsega mV , kao na slici 4.1.4b.

Greška novonastalog voltmetra V mora biti veća od greške samog mV , jer V predstavlja kombinaciju komponenti mV i R_p , od kojih obe imaju svoju grešku.

Za svako dato proširenje od n puta osnovnog opsega instrumenta mV , ostvaren je jedan novi voltmeter $V(n)$, pa je zato potrebno posebno računati grešku za svaki $V(n)$ posebno.

Povezivanje

Za opseg merenja multimetra V_1 izabrati najpogodniji naponski merni opseg, u ovom slučaju prema očekivanim vrednostima napona to je 1.5 V.

Crni priključak multimetra (*) označava masu, a crveni priključak za pozitivni napon. Potrebno je uključiti donji prekidač “-“ kojim se bira merenje jednosmernih (DC) veličina. Ovime je sada podešeno da multimeter funkcioniše kao jednosmerni voltmeter.

Merenje je moguće izvršiti i na većim mernim opsezima voltmetra V_1 , ali kako je poznato da je greška merenja manja što je otklon kazaljke bliži maksimumu na skali, za najtačnije merenje moramo odabratи najmanji mogući opseg kojim je moguće izmeriti datu veličinu. Ako malu vrednost merimo na velikom opsegu, kazaljka se nalazi pri početku skale gde je najveća relativna greška merenja.

Očitavanje jednosmernih veličina očitava se sa skale označene sa “**V,A -**“

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

Proveriti da li je okrugli prekidač iznad skale pritisnut. Ovaj prekidač je automatski osigurač koji štiti uređaj od prevelike struje pri pogrešnom rukovanju. Ukoliko se prekorači dozvoljena struja kroz instrument, osigurač "iskače" i prekida merno kolo multimetra (ulaz se odvaja od ostatka instrumenta). Da bi se nastavilo funkcionisanje, potrebno je ukloniti problem koji je doveo do prevelike struje kroz instrument, a zatim pritisnuti prekidač kako bi se nastavilo merenje i ulaz ponovo spojio u merno kolo instrumenta.

Merni instrument koji u sebi sadrže više mernih područja (npr. V, A, Ω) sa više mernih opsega za svaku električnu veličinu, naziva se **univerzalni merni instrument**, ili skraćeno **multimetar**. Ovaj nazive se koristi i za **analogne** instrumente (sa skalom i kazaljkom) i za **digitalne** instrumente (sa cifarskim displejom). Stari naziv za multimetar je **AVO-metar** (Amper-Volt-Om).

Kolokvijalni domaći naziv za multimetar je **unimer**, nastao prema nekada popularnom modelu multimetra "Unimer", koji je proizvodila firma Iskra u bivšoj Jugoslaviji.

Postupak merenja

Postaviti klizač potenciometra R_1 u položaj u kojem je napon na klizaču nula, tj. klizač je na strani potenciometra gde je priključena masa. Proveriti da li voltmetri pokazuju nulu. Prekidač P zatvoriti. Podesiti R_p na najveću moguću vrednost (svi prekidači R_p na maksimumu).

Ponoviti proceduru testiranja da li je sve ispravno priključeno, kao u prvom delu vežbe. Uključiti napajanje i povezati ga u kolo.

Klizačem potenciometra R_1 povećavati napon u kolu dok voltmetar mV , kome se proširuje merni opseg, ne pokaže pun otklon. Oba voltmetra treba da pokazuju približno isti napon.

Da bi se merni opseg proširio n puta, treba vezati predotpornik R_p na mV . Proveriti da li je R_p podešen na najveću vrednost i otvoriti prekidač P. Sada je sav pad napona na R_p , pa mV pokazuje 0 V.

Uzastopno podešavati vrednost R_p i povećavati napon sa R_1 , sve dok voltmetar mV ne pokaže pun otklon i istovremeno napon U_{V1} na voltmetru V_1 ne bude tačno n puta veći od napona U_{mV} , tj. dok se ne postigne traženi odnos napona:

$$n = \frac{U_{V1}}{U_{mV}}$$

Istom procedurom ponoviti merenja za sve koeficijente proširenja opsega, podešavanjem R_1 i R_p , bez isključivanja izvora.

Obratiti pažnju da kazaljka na mV nikada ne pređe pun opseg (poslednji podeok) tokom merenja!

Zbog toga **OBAVEZNO** prvo povećati vrednost R_p na veću vrednost nego kod prethodnog koraka, potom na V_1 podesiti potrebnii napon pomoću R_1 , i tek onda sa R_p podesiti pun otklon kazaljke na mV .

Potom finim podešavanjem R_p i R_1 podesiti tačna pokazivanja na oba instrumenta.

Po završetku merenja, R_1 smanjiti na minimum, isključiti napajanje i odspojiti sve provodnike. Sve prekidače na R_p vratiti na nulti položaj.

Konačne vrednosti otpornosti R_p uneti u tabelu 4.1.2.

Za korak $n = 1$ nema proširivanja opsega, jer je tada V zapravo samo mV , pa je potrebno zapisati samo klasu tačnosti sa mV .

Takođe, pokazivanja mV i V_1 treba da se približno poklapaju za $n = 1$.

Kao i u prethodnom slučaju, dodatni rezultat eksperimentalnog nalaženja vrednosti predotpornika za proširenje mernog opsega voltmetra mV , vrednost R_p omogućava da se izračuna otpornost voltmetra R_{mV} , koja bi trebalo da je ista u svim slučajevima:

$$R_{mV} = \frac{R_p}{n-1}$$

Primetiti da je vrednost podešena na U_{V1} sada ujedno i vrednost proširenog opsega novog voltmetra V , tj. $U_{V1} = U_{Vmax}$.

n	U_{mV} mV	$U_{V1}=U_{Vmax}$ V	R_p Ω	R_{mV} Ω	R_V Ω	R_V' Ω/V	k_{lV} $\%$
1	250	0.25	0				
2	250	0.50					
3	250	0.75					
4	250	1.00					
5	250	1.25					
6	250	1.50					

Tabela 4.1.2. Rezultati merenja pri proširivanju mernog opsega voltmetra.

Klasu tačnosti k_{lV} novonastalog instrumenta, voltmetra V , izračunavamo slično kao u prvom delu vežbe, na osnovu klase tačnosti osnovnog instrumenta mV , za koji znamo da je:

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

$$kl_{mV} = \frac{\max |\Delta U_{mV}|}{U_{mV\max}} \cdot 100 \%$$

$$\Delta U_{mV} = \frac{kl_{mV} \cdot U_{mV\max}}{100} = \underline{\hspace{100pt}}$$

Iz izraza za mereni napon U_V naći sigurne granice greške u absolutnom obliku $|\Delta U_V|$ diferenciranjem izraza po U_{mV} , R_p i R_{mV} . Ovu vrednost uzeti za absolutnu grešku merenja napona ΔU_V pri izračunavanju klase tačnosti novonastalog voltmetra V . Polazimo od izraza za veličinu koja se meri:

$$U_V = U_{R_p} + U_{mV} = \frac{R_p}{R_p + R_{mV}} \cdot U_V + U_{mV} = \frac{U_{mV}}{1 - \frac{R_p}{R_p + R_{mV}}} = \frac{R_p + R_{mV}}{R_{mV}} \cdot U_{mV}$$

Iz ovako dobijenog izraza potrebno je odrediti sigurne granice greške merenja napona U_V voltmetrom V proširenog opsega:

$$|\Delta U_V| \leq \left| \frac{\partial U_V}{\partial R_p} \Delta R_p \right| + \left| \frac{\partial U_V}{\partial R_{mV}} \Delta R_{mV} \right| + \left| \frac{\partial U_V}{\partial U_{mV}} \Delta U_{mV} \right| = \underline{\hspace{100pt}}$$

Odavde možemo odrediti klasu tačnosti instrumenta V sa proširenim opsegom, smatrajući sigurne granice greške merenja za najveću absolutnu grešku instrumenta sa proširenim opsegom:

$$kl_V = \frac{|\Delta U_V|}{U_{V\max}} \cdot 100 \%$$

Prethodnu proceduru ponoviti za svaki opseg posebno.

Vrednost R_{mV} i grešku ΔR_{mV} izračunati iz tabele 4.1.2 kao aritmetičku sredinu i standardno odstupanje, slično kao kod $R_{\mu A}$ u prvom delu vežbe.

$$R_{mV} \approx \bar{R}_{mV} = \frac{\sum_{i=1}^N R_{mVi}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^5 R_{mVi}}{5} = \underline{\hspace{100pt}}$$

$$\Delta R_{mV} \approx \sigma_{N-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_{mVi} - \overline{R}_{mV})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (R_{mVi} - \overline{R}_{mV})^2}{4}} = \text{_____}$$

Tačnost R_p poznajemo s greškom ne većom od:

$$\frac{\Delta R_p}{R_p} = 1\%.$$

4.1.4 Karakteristična unutrašnja otpornost voltmetra

Karakteristična unutrašnja otpornost voltmetra R_V' predstavlja količnik njegove unutrašnje otpornosti i mernog opsega (U_{Vmax}).

Ovde je merni opseg u direktnoj proporciji sa proširenjem mernog opsega, za razliku od ampermetra, pa se menja i definicija karakteristične unutrašnje otpornosti.

Dimenzija karakteristične otpornosti voltmetra je Ω/V , tj. om po osnovnoj jedinici merene veličine – voltu.

Unutrašnja otpornost voltmetra V sa proširenim mernim opsegom iznosi:

$$R_V = R_p + R_{mV} \approx R_p + \overline{R}_{mV}$$

Karakteristična unutrašnja otpornost R_V' voltmetra V iznosi:

$$R_V' = \frac{R_V}{U_{Vmax}} = \frac{R_p + R_{mV}}{U_{Vmax}} \approx \frac{R_p + \overline{R}_{mV}}{U_{Vmax}}$$

Uočiti da u ovom slučaju koristimo \overline{R}_{mV} kako bi smanjili uticaj greške koja se javlja zbog rasipanja rezultata, jer nam nije poznata vrednost R_{mV} .

U opštem slučaju, koristi se R_{mV} kada znamo njegovu tačnu vrednost.

Odavde sledi da ukoliko poznajemo karakterističnu unutrašnju otpornost voltmetra, možemo odrediti njegovu unutrašnju otpornost za svaki merni opseg:

$$R_V = R_V' \cdot U_{Vmax}$$

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

Sa proširenjem opsega unutrašnja otpornost voltmetra je sve veća zbog rednog predotpornika, koji mora biti veće otpornosti kako bi u naponskom razdelniku na njemu bio sve veći pad napona.

Karakteristična otpornost u ovom slučaju ima dimenziju Ω/V . Ova vrednost bi trebalo da bude uvek ista, dok u realnom slučaju postoje manja odstupanja zbog grešaka koje se javljaju pri merenju.

Dimenzija karakteristične otpornosti je recipročna vrednost struje, $1/\text{mA}$ u ovom slučaju. To nije slučajno, pošto je time zapravo određen strujni merni opseg ampermetra koji se nalazi u osnovi milivoltmetra mV , pa time i voltmetra V koji se ispituje.

Potrebno je naglasiti da većina mernih instrumenata sa kretnim kalemom koji se koriste u praksi, u svojoj osnovi ima jednosmerni (DC) mikroampermetar sa krenim kalemom, obično opsega reda $20 - 100 \mu\text{A}$.

Svi ostali analogni instrumenti sa kretnim kalemom su ostvareni proširenjem mernog područja i mernog opsega osnovnog mikroampermetra sa kretnim kalemom:

- dodavanjem šantova dobijaju se DC amperetri većeg opsega (za mA ili A),
- dodavanjem predotpornika dobijaju se DC voltmetri (za mV , V ili kV),
- dodavanjem polusalasnog ili punosalasnog ispravljača dobija se naizmenični (AC) mikroampermetar,
- dodavanjem kombinacije polusalasnog ili punosalasnog ispravljača i šanta dobija se AC ampermetar,
- dodavanjem kombinacije polusalasnog ili punosalasnog ispravljača i predotpornika dobija se AC voltmetar.

Kod ovakvih uređaja, sve dodatne komponente se smeštene unutar kućišta instrumenta, napravljena je nova skala sa podeocima koji odgovaraju novoj merenoj veličini i opsegu, te su određene karakteristike takvog instrumenta.

Dodavanjem ovih komponenti, greška novonastalog instrumenta sigurno mora biti veća od polaznog, kao što se vidi za k_{lV} u zavisnosti od n .

Proširivanje mernog opsega ampermetra i voltmetra

Tako je i milivoltmetar mV u osnovi mikroampermetar, čiji osnovni merni opseg I_{mVmax} možemo približno odrediti na osnovu vrednosti karakteristične unutrašnje otpornosti R_V' .

U ovom slučaju, kada imamo više vrednosti R_V određenih iz rezultata svakog merenja, najbolju procenu nalazimo preko njihove srednje vrednosti:

$$R_V' \approx \bar{R}_V = \frac{\sum_{i=1}^5 R_{Vi}'}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

4.1.5 Osnovni merni opseg

Sada je moguće odrediti osnovni strujni merni opseg mikroampermetra od kojeg je načinjen milivoltmetar mV :

$$I_{mVmax} \approx \frac{1}{R_V'} = \underline{\hspace{2cm}}$$

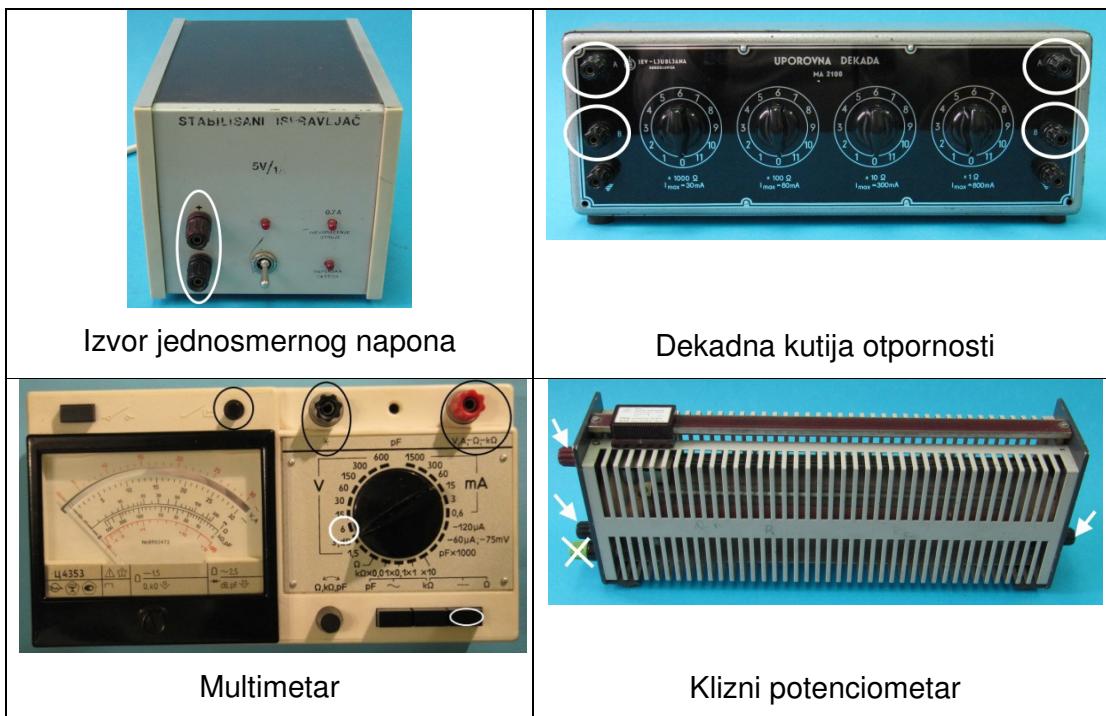
Na sličan način su ostvareni i instrumenti sa više mernih područja, kao što su mA i V_1 koji su korišćeni u ovoj vežbi.

VEŽBA BROJ 4.2

PROMENLJIVI NAPONSKI IZVOR

ZADATAK: Snimiti naponsku karakteristiku promenljivog naponskog izvora realizovnog pomoću nepromenljivog naponskog izvora i potenciometra.

- PRIBOR:**
- E - izvor jednosmernog napona +5 V;
 - V_1 - multimetar **U4353**;
 - R_p - dekadna kutija otpornosti **MA 2100** ili **MA 2102**, $x \Omega$;
 - R_1 - promenljivi otpornik - klizni potenciometar **PRN 432**,
10 000 Ω .
 - ... - lenjir + tabla sa čvorištim + 8 kablova.



4.2 Promenljivi naponski izvor

Sastaviti šemu kao na slici 4.2.1.

Ekvivalentni promenljivi naponski izvor E_{AB} je realizovan pomoću nepromenljivog naponskog izvora E od +5 V i potenciometra R_1 . Ova dva elementa omogućavaju da se između tačaka A i B dobije napon koji se može podesiti na bilo koju vrednost od 0 V do +5 V.

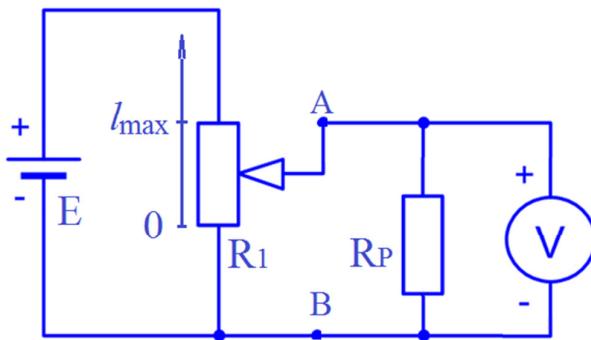
Ovako je realizovan promenljivi izvor, iako na raspolaganju imamo samo izvor jednog fiksног napona, korišćenjem potenciometra spojenog kao naponski razdelnik koji omogućava kontinualnu kontrolu napona ($0 - E$) V. Ovaj napon se sa klizača potenciometra dovodi na ostatak kola, koje se više ne napaja direktno iz izvora E , već iz ekvivalentnog izvora E_{AB} .

Za vrednosti potrošača R_P date u tabeli 4.2.1 izmeriti napon U_V između tačaka A i B voltmetrom V.

Sva merenja obaviti samo na DC opsegu 6 V multimetra podešenog da radi kao voltmetar (ne smanjivati opseg za manje napone).

$$R_V(6V) = 120 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$



Slika 4.2.1. Promenljivi naponski izvor

Lenjirom izmeriti maksimalnu dužinu l_{\max} kretanja klizača potenciometra, tj. dužinu između krajnje levog i krajnje desnog položaja klizača. Gleda se srednja crta na klizaču kao referentna tačka.

$$l_{\max} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Položaj klizača l menjati u koracima koji su umnošci od $\Delta l = \frac{l_{\max}}{10}$.

Svaki položaj klizača odrediti u milimetrima i uneti u tabelu 4.2.1, kao i rezultate merenja.

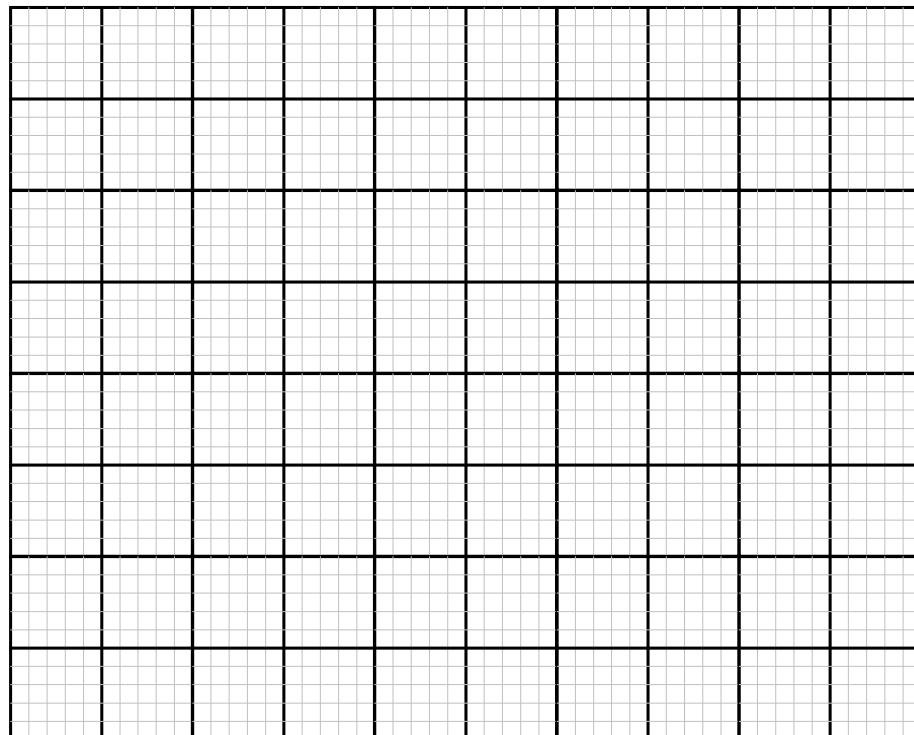
Pri merenju, prvo podesiti klizač na potreban položaj, zatim meriti za svaku potrebnu vrednost R_P . Potom pomeriti klizač, pa opet meriti za sve vrednosti R_P .

Na slici 4.2.2 nacrtati grafik sa familijom krivih koje predstavljaju zavisnost napona od položaja klizača potenciometra za različite vrednosti potrošača R_P (na

horizontalnoj osi grafika treba da bude položaj klizača potenciometra, a izmereni napon na vertikalnoj osi).

R_P k Ω	Položaj klizača l										l mm
	$1 \Delta l$	$2 \Delta l$	$3 \Delta l$	$4 \Delta l$	$5 \Delta l$	$6 \Delta l$	$7 \Delta l$	$8 \Delta l$	$9 \Delta l$	$10 \Delta l$	
∞											
9											
6											
3											
2											

Tabela 4.2.1. Napon U_V u zavisnosti od položaja klizača l i vrednosti potrošača R_P

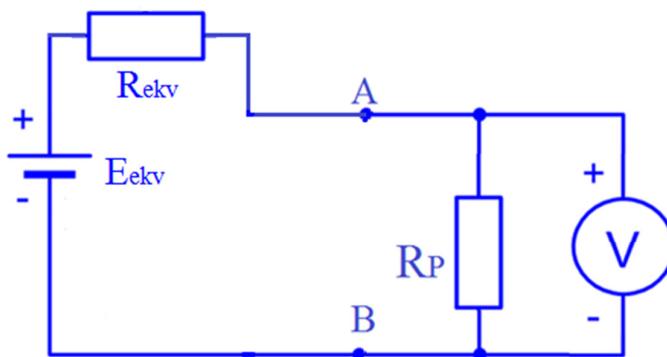


Slika 4.2.2. Zavisnost izmerenog napona od položaja klizača $U_V = f(l)$

4.2.1 Ekvivalentna otpornost realnog naponskog izvora

Da bi se uočio efekat promene otpornosti izvora na izlazni napon, potrebno je izračunati ekvivalentnu otpornost R_{ekv} realizovanog izvora (otpornost levo od tačaka A i B na slici 4.2.1) u zavisnosti od položaja klizača potenciometra i uneti u tabelu 4.2.2.

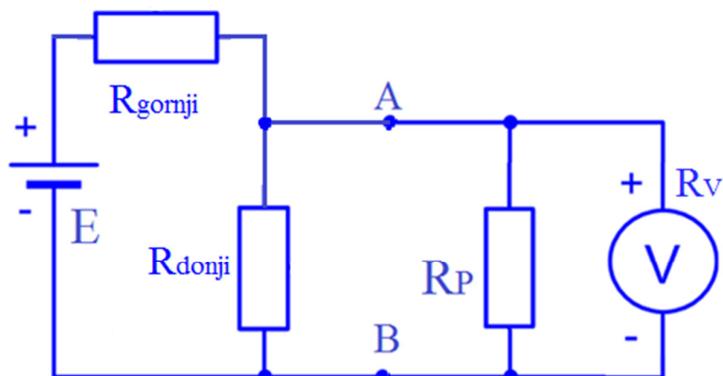
Odavde vidimo da je ekvivalentni naponski izvor E_{AB} zapravo *realni naponski izvor*, koji se sastoji od idealnog izvora E_{ekv} i otpornosti R_{ekv} koju "vide" potrošač R_P i voltmeter V , kada su priključeni u kolo između tačaka A i B. Jasno je da vrednosti E_{ekv} i R_{ekv} zavise od trenutnog položaja klizača R_1 .



Slika 4.2.3. Ekvivalentna šema realnog naponskog izvora E_{AB} u kolu

Prema Tevenenovoj teoremi, ekvivalentna otpornost R_{ekv} je jednaka paralelnoj vezi gornjeg i donjeg dela potenciometra kada se naponski izvor E_{ekv} kratko spoji.

Ekvivalentna šema na kojoj je potenciometar predstavljen kao naponski razdelnik koji čine dva dela njegove otpornosti, gledano u odnosu na položaj klizača, data je na slici 4.2.4.



Slika 4.2.4. Ekvivalentna šema kola sa potenciometrom predstavljenim kao naponski razdelnik

Ako je klizač postavljen na poziciju l , onda se delovi potenciometra mogu odrediti po formulama:

$$R_{donji} = \frac{l}{l_{max}} \cdot R_1$$

$$R_{gornji} = \frac{l_{max} - l}{l_{max}} \cdot R_1$$

Veličine koje figurišu u ovim izrazima:

l_{max} – maksimalna dužina kretanja klizača potenciometra R_1

l – trenutni položaj klizača potenciometra R_1

R_{donji} - otpornost između klizača potenciometra i njegovog donjeg priključka.

R_{gornji} - otpornost između klizača potenciometra i njegovog gornjeg priključka.

U svakom trenutku važi da je $R_{donji} + R_{gornji} = R_1$.

Na osnovu prethodnih izraza i uz pomoć slika 4.2.3 i 4.2.4, odrediti izraz za E_{ekv} prema Tevenenovoj teoremi:

$$E_{ekv} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Ako posmatramo ekvivalentni izvor E_{AB} u praznom hodu, tj. da na krajeve A i B nisu spojeni potrošač i voltmetar, tada možemo odrediti koliko bi iznosio napon praznog hoda E_{AB0} . Izvesti izraz na osnovu slike 4.2.4:

$$E_{AB0} = \underline{\hspace{10cm}}$$

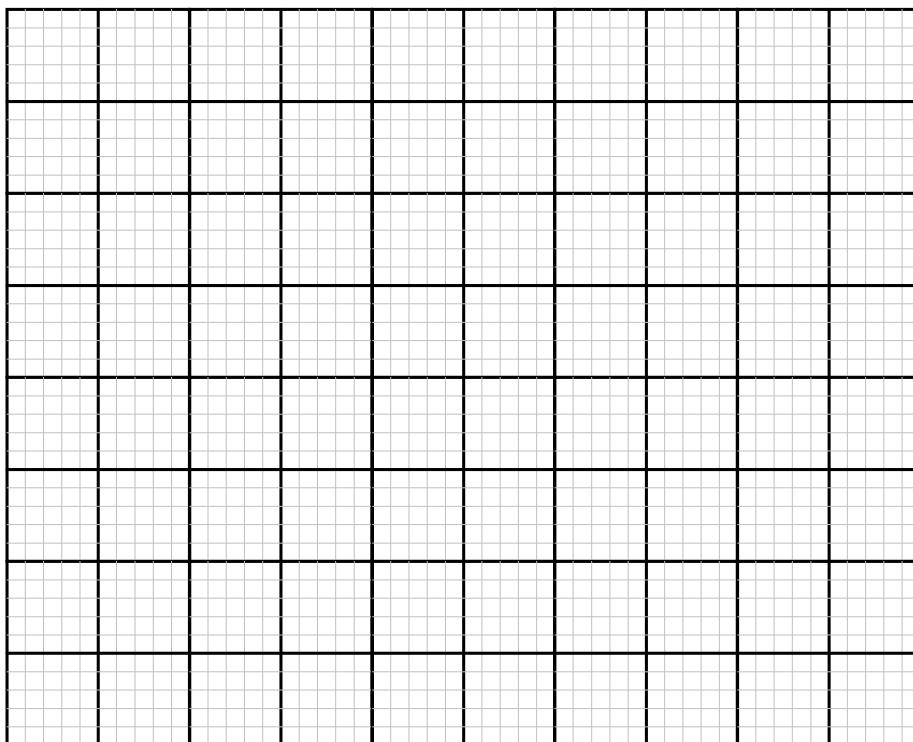
U tabelu 4.2.2. uneti izračunate vrednosti E_{AB0} za $E = 5$ V.

Vrednosti skicirati na grafiku na slici 4.2.2, uporedno sa prethodnim krivama. Uz pomoć ovog grafika, uporediti dobijene vrednosti napona sa izmerenim iz tabele 4.2.1. Odrediti za koju vrednost R_P se najviše poklapaju rezultati? Zašto?

	Položaj klizača l									
	$1 \Delta l$	$2 \Delta l$	$3 \Delta l$	$4 \Delta l$	$5 \Delta l$	$6 \Delta l$	$7 \Delta l$	$8 \Delta l$	$9 \Delta l$	$10 \Delta l$
R_{donji} k Ω										
R_{gornji} k Ω										
R_{ekv} k Ω										
E_{AB0} V										

Tabela 4.2.2. Izračunate ekvivalentne vrednosti otpornosti i napona promenljivog izvora u zavisnosti od položaja klizača

Na slici 4.2.5 nacrtati zavisnost ekvivalentne otpornosti od položaja klizača $R_{ekv} = f(l)$. Na x-osu unositi vrednosti u umnošcima koraka Δl .



Slika 4.2.5. Zavisnost ekvivalentne otpornosti od položaja klizača potenciometra

Sada možemo razmatrati i sve uticajne veličine u kolu od kojih zavisi izmereni napon.

Potenciometar R_1 je *linearan*, što znači da se otpornost između jednog kraja potenciometra i njegovog klizača linearно menja pri kretanju klizača sa

jednog na drugi kraj. Ovo znači da bi se i napon, koji se javlja na klizaču potenciometra, morao linearno menjati od 0 do E sa pomeranjem klizača.

Na slici 4.2.4 vidimo da u svakom trenutku R_{donji} ima paralelno vezan R_P , ali i unutrašnju otpornost R_V voltmetra V koji se koristi. Ove dodatne otpornosti utiču na naponski razdelnik i čine da promena napona na klizaču potenciometra više nije linearna!

Na osnovu slike 4.2.4 odrediti izraz za napon U_{AB} koji se meri, u funkciji od E , R_{donji} , R_{gornji} , R_P i R_V .

$$U_{AB} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Da bi se jasnije uočio uticaj konačnih otpornosti u kolu na izlazni napon, uporediti vrednosti napona izračunatih na osnovu prethodne formule i uneti u tabelu 4.2.3.

Sva izračunavanaj uraditi za vrednost $I = 5\Delta I$.

Zatim u tabelu 4.2.3 uneti vrednost napona praznog hoda E_{AB0} (tabela 4.2.2), koju očekujemo u idealnom slučaju kada je otpornost voltmetra idealna i nema priključenog potrošača.

Na kraju prepisati iz tabele 4.2.1 odgovarajuće vrednosti izmerenog napona U_V .

R_P $k\Omega$	E_{AB0} V	U_{AB} V	U_V V
∞			
9			
6			
3			
2			

Tabela 4.2.3. Uporedne vrednosti napona praznog hoda, očekivanog napona i napona izmerenog voltmetrom, za kolo sa potenciometrom spojenim kao naponski razdelnik

Šta se može zaključiti o uticaju konačnih otpornosti na napon na izlazu naponskog razdelnika?

VEŽBA BROJ 5.1

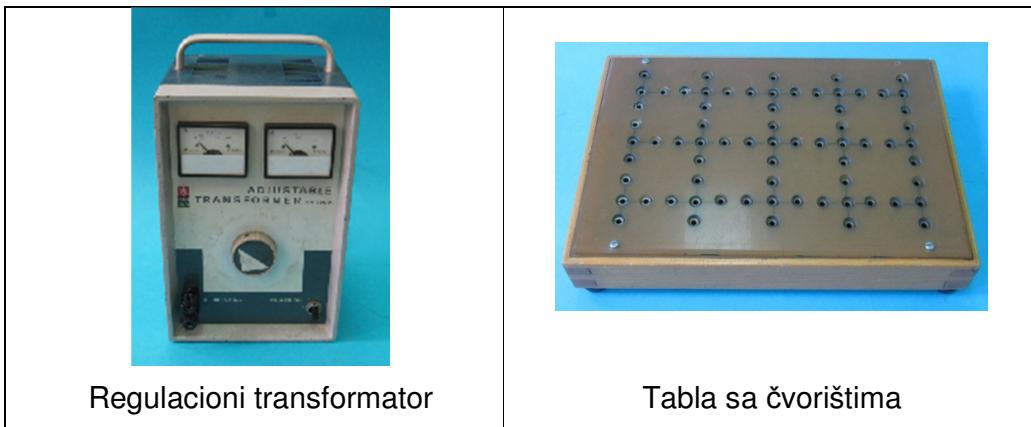
SNIMANJE DINAMIČKE PETLJE HISTEREZISA OSCILOSKOPOM

ZADATAK: Snimiti osciloskopom dinamičku petlju histerezisa za dati uzorak feromagnetsnog materijala.

PRIBOR:

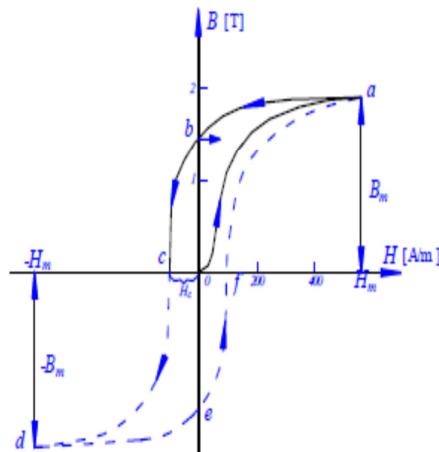
- T_r - regulacioni transformator **MA 4800**;
- T_m - mrežni transformator koji se ispituje;
- R_2 - otpornik $1 \text{ M}\Omega$;
- R_1 - promenljivi otpornik – klizni potenciometar **PRN 335**, 120Ω ;
- C - kondenzator 100 nF ;
- O - digitalni osciloskop **TDS 1001B**;
- V - voltmeter **FL 100** ili **FL 1**;
- ... - tabla sa čvorištim + 2 sonde + 11 kablova.





UVOD

Pri menjanju intenziteta magnetnog polja H , između H_m i $-H_m$, magnetna indukcija će se menjati po zatvorenoj krivoj (a-b-c-d-e-f-a) kao na slici 5.1.1, koja se naziva histerezisna petlja. Kriva (0-a) naziva se kriva prvobitnog magnećenja.



Slika 5.1.1. Izgled histerezisne petlje

Remanentna indukcija B_r i koercitivno polje H_c su veličine koje karakterišu magnetne osobine materijala. Velike vrednosti H_c i B_r su osobine magneto "tvrdih" materijala i obrnuto, mala remanencija i koercitivna sila, osobine su magneto "mekih" materijala.

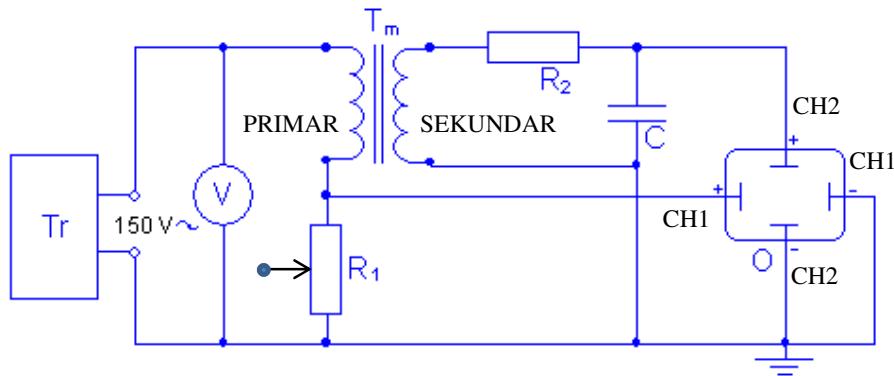
Površina histerezisne petlje karakteriše energiju koju treba ulagati za magnećenje feromagnetskog jezgra, što obično predstavlja tzv. gubitke u gvožđu.

Ove magnetne veličine nije moguće direktno meriti električnim putem bez odgovarajućih senzora, pa je potrebno povezati ove veličine sa naponima i strujama koji se javljaju u pogodno odabranom električnom kolu, tako da merene električne veličine proporcionalno odgovaraju parametrima magnetnog polja koje se posmatra. Na slici 5.1.2 je primer ovakvog kola kojim se mere B_r i H_c .

UPUTSTVO ZA MERENJE

5.1.1 Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

Sastaviti kolo prema šemi na slici 5.1.2.



Slika 5.1.2. Snimanje dinamičke petlje feromagnetsnog uzorka osciloskopom

Opis mernog kola

Iz regulacionog transformatora T_r teče struja kroz primar transformatora T_m i redni otpornik R_1 . Možemo smatrati da struja ne ulazi u osciloskop zbog velike ulazne otpornosti osciloskopa.

Struja kroz primar stvara magnetno polje H u jezgru ispitivanog trafoa T_m . S druge strane, ta ista struja protičući kroz R_1 stvara napon koji ima isti oblik kao i magnetno polje H . Ovaj napon se dovodi na X ploče osciloskopa, jer želimo da dobijemo sliku kod koje je na x -osi upravo jačina magnetnog polja H .

Na ovaj način se dobija napon (električna veličina) kao posledica jačine polja H (magnetna veličina).

Na sekundaru ispitivanog transformatora T_m se dobija napon koji je srazmeran izvodu fluksa u vremenu. Fluks i magnetna indukcija su srazmerne veličine (koeficijent srazmere je površina poprečnog preseka jezgra). To znači da je napon na sekundaru T_m srazmeran izvodu magnetne indukcije B u vremenu.

Da bismo dobili sliku histerezisne petlje, ne treba nam izvod veličine B , nego upravo B . Zato je u šemu dodat integrator sačinjen od R_2 i C , na čijem se izlazu dobija napon koji je integral izvoda u vremenu, odnosno napon koji je srazmeran magnetnoj indukciji B .

Taj napon se sada dovodi na Y ploče osciloskopa, jer želimo da dobijemo grafik na kojem je B na y -osi.

U tabeli 5.1.1 su date vrednosti pojedinih komponenata i karakteristika mernih instrumenata, koje treba poznavati da bi kolo na slici 5.1.2 funkcionalo na predviđen način, kao i njihove sigurne granice grešaka G , neophodne za ocenu grešaka merenja.

	R_1	R_2	C	K_y	K_x	N_1	N_2	S	I
nazivna vrednost	120 Ω	1 $M\Omega$	0.1 μF	5 V/cm	1 V/cm	880 zav.	1340 zav.	12 cm^2	34 cm
$G \%$	1 $\frac{\Delta R_1}{R_1}$	1 $\frac{\Delta R_2}{R_2}$	5 $\frac{\Delta C}{C}$	2 $\frac{\Delta K_y}{K_y}$	2 $\frac{\Delta K_x}{K_x}$	0 $\frac{\Delta N_1}{N_1}$	0 $\frac{\Delta N_2}{N_2}$	5 $\frac{\Delta S}{S}$	2 $\frac{\Delta I}{I}$

Tabela 5.1.1. Vrednosti komponenti, karakteristike mernih instrumenata i njihove sigurne granice grešaka

Postupak merenja

Povezati kolo prema slici 5.1.2. Na digitalni osciloskop sondama povezati kanal CH1 kao X ploče, a CH2 kao Y ploče. Osciloskop još ne uključivati.

Regulacioni transformator (na levoj strani stola, desni se ne koristi) podesiti na minimum (nalevo), pa ga tek onda uključiti. Voditi računa da se i pre isključivanja ovaj transformator prvo smanji na minimum, pa tek onda isključi!

Uključiti osciloskop tek pošto je uključen transformator. Regulacionim transformatorom povećavati napon dok voltmeter ne pokaže 150 V na odgovarajućoj skali.

Na osciloskopu pritisnuti dugme **DISPLAY**, pa iz menija pod opcijom **Format** odabratи **XY**. Pomoću **VOLTS/DIV** selektora podesiti 1.00V za CH1 i 5.00V za CH2. Ukoliko kriva histerezisa nije dobro okrenuta, zameniti međusobno priključene sonde. Osciloskop je sada u XY modu, gde se slika iscrtava u zavisnosti jednog kanala u odnosu na drugi, a ne kao vremenska funkcija.

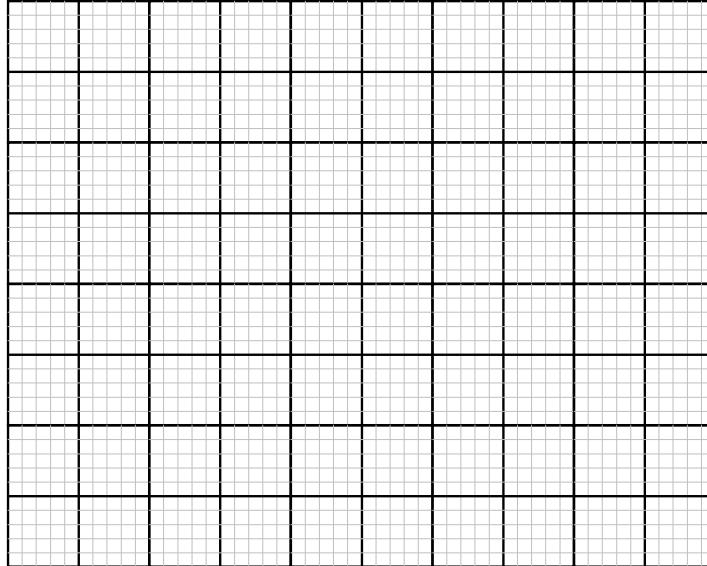
Pritisnuti **CH1 MENU** i podesiti stavku menija **Coupling** na opciju **DC**. Ponoviti za **CH2 MENU**.

Pomoću kontrola **VERTICAL POSITION** za CH1 i CH2, pomerati krivu tako da postane simetrična po x i y-osi, u odnosu na koordinatni početak (centar ekrana osciloskopa).

Sada očitati dužinu x i y sa ekrana, od koordinatnog početka nadesno i nagore. Osciloskop je podešen tako da jedna strana kockice koordinatne mreže iznosi 1 cm. Pošto svaka kockica ima pet podeoka, najmanji podeok iznosi 0.2 cm.

Izmerene duži x i y odgovaraju koercitivnom polju H_c i remanentnoj indukciji B_r . Rezultate merenja uneti u tabelu 5.1.2.

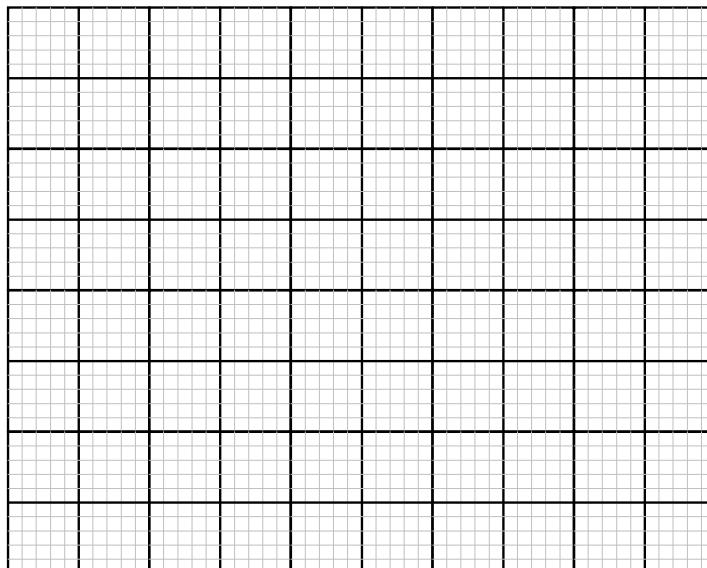
5.1.2.1 Na slici 5.1.3. nacrtati krivu dinamičke petlje histerezisa jezgra, dobijenu na ekranu osciloskopa.



Slika 5.1.3. Dinamička petlja histerezisa
za materijal od koga je načinjeno jezgro transformatora T_m

5.1.2.2 Sada osciloskop prebaciti u standardni režim rada sa vremenskom bazom. Pritisnuti **DISPLAY**, pa pod **Format** odabratи **YT**. Sada su predstavljeni signali primara i sekundara kako izgledaju kao periodične funkcije vremena. Pomoću **TIME/DIV** podesiti vremensku bazu na M5.00ms, a sa **VOLTS/DIV** na oba kanala skalirati sliku da bude prikazana cela amplituda oba signala.

Skicirati grafik ovih signala na slici 5.1.4.



Slika 5.1.4. Talasni oblici struje primara i integrala napona sekundara
transformatora T_m (zavisnost H_c i B_r od vremena)

Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

5.1.2.3 Po završetku merenja, regulacioni transformator postepeno vratiti na nulu (ne naglo), i isključiti ga. Isključiti osciloskop i rastaviti kolo.

NE RASTAVLJATI KOLO DOK JE POD NAPONOM!!!!!!

	x cm	y cm	B _r T	H _c A/m
izmerena vrednost				
G _% %				
G _{st} %				

Tabela 5.1.2. Rezultati merenja remanentne indukcije i koercitivnog polja

Izračunati vrednosti remanentne indukcije B_r i koercitivnog polja H_c .

$$B_r = \frac{R_2 \cdot C \cdot K_y \cdot y}{N_2 \cdot S} =$$

$$H_c = \frac{N_1 \cdot K_x \cdot x}{R_1 \cdot l} =$$

Odrediti **sigurne granice greške** $G_{\%}$ i **statističke granice greške** G_{st} za B_r i H_c , prema uputstvu koje je navedeno u nastavku.

Napomene:

- Sigurne granice grešaka merenja duži x i y procenjene su kao polovina najmanjeg podeoka na ekranu osciloskopa, pa je:
 $|\Delta x| = |\Delta y| = \pm 1 \text{ mm}$
- Jedinica tesla (T) je definisana kao $\text{V}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

5.1.3 Sigurne granice greške merenja (SGG) predstavljaju način da se proceni najveća moguća vrednost greške, određivanjem koliko svaka pojedinačna komponenta svojom greškom utiče na ukupnu grešku.

Polazimo od izraza iz kojih su izvedene obe veličine, u ovom slučaju remanentne indukcije B_r , određene na osnovu izmerenih i saopštenih vrednosti

R_2, C, K_y, y, N_2, S i koercitivnog polja H_c , određenog na osnovu izmerenih i saopštenih vrednosti N_1, K_x, x, R_1, l .

Za svaki od ovih izraza se određuje totalni diferencijal kao:

$$\Delta B_r = \frac{\partial B_r}{\partial R_2} \Delta R_2 + \frac{\partial B_r}{\partial C} \Delta C + \frac{\partial B_r}{\partial K_y} \Delta K_y + \frac{\partial B_r}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial B_r}{\partial N_2} \Delta N_2 + \frac{\partial B_r}{\partial S} \Delta S$$

$$\Delta H_c = \frac{\partial H_c}{\partial N_1} \Delta N_1 + \frac{\partial H_c}{\partial K_x} \Delta K_x + \frac{\partial H_c}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial H_c}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial H_c}{\partial l} \Delta l$$

Zatim, sabirke u izrazu za totalni diferencijal treba uzeti po apsolutnoj vrednosti jer na taj način dobijemo najgoru moguću situaciju gde se sve greške sabiraju (istog su znaka). To ne znači da će greška uvek biti tolika, već da pouzdano znamo da greška ne može biti veća od te vrednosti! U realnom slučaju, neki sabirci imaju negativne, a neki pozitivne predznaće, i greška je obično dosta manja.

Konkretna vrednost greške se određuje za svako merenje, a ovime dobijamo mogućnost upoređivanja date metode merenja sa ostalim metodama, na osnovu procenjenih najvećih vrednosti greške.

5.1.3.1 Ovime se dobijaju **sigurne granice greške u apsolutnom obliku**:

$$| \Delta B_r | \leq \left| \frac{\partial B_r}{\partial R_2} \Delta R_2 \right| + \left| \frac{\partial B_r}{\partial C} \Delta C \right| + \left| \frac{\partial B_r}{\partial K_y} \Delta K_y \right| + \left| \frac{\partial B_r}{\partial y} \Delta y \right| + \left| \frac{\partial B_r}{\partial N_2} \Delta N_2 \right| + \left| \frac{\partial B_r}{\partial S} \Delta S \right|$$

$$| \Delta H_c | \leq$$

$$| \Delta H_c | \leq \left| \frac{\partial H_c}{\partial N_1} \Delta N_1 \right| + \left| \frac{\partial H_c}{\partial K_x} \Delta K_x \right| + \left| \frac{\partial H_c}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial H_c}{\partial R_1} \Delta R_1 \right| + \left| \frac{\partial H_c}{\partial l} \Delta l \right|$$

$$| \Delta H_c | \leq$$

5.1.3.2 Deljenjem prethodnih izraza sa vrednošću merene veličine B_r , odnosno H_c , dobija se izraz za **sigurne granice greške u relativnom obliku $G\%$** :

$$\left| \frac{\Delta B_r}{B_r} \right| \leq \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial R_2} \Delta R_2 \right| + \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial C} \Delta C \right| + \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial K_y} \Delta K_y \right| + \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial y} \Delta y \right| + \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial N_2} \Delta N_2 \right| + \frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial S} \Delta S \right|$$

$$G\% (B_r) = \left| \frac{\Delta B_r}{B_r} \right| \cdot 100 \leq$$

$$\left| \frac{\Delta H_c}{H_c} \right| \leq \frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial N_1} \Delta N_1 \right| + \frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial K_x} \Delta K_x \right| + \frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial x} \Delta x \right| + \frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial R_1} \Delta R_1 \right| + \frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial l} \Delta l \right|$$

$$G\% (H_c) = \left| \frac{\Delta H_c}{H_c} \right| \cdot 100 \leq$$

5.1.4 Statističke granice greške (STGG) G_{st} predstavljaju nešto drugačiju ocenu maksimalne greške. Računa se kao vektorski zbir svih uticajnih veličina, čime se dobija manja vrednost nego kod sigurnih granica greške (vektorsko sabiranje daje manji rezultat od linearног sabiranja). Obe metode daju validne rezultate, samo je pri analizi rezultata potrebno jasno naglasiti kojom metodom je računato!

$$\left| \frac{\Delta B_r}{B_r} \right|_{st} \leq \sqrt{\left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial R_2} \Delta R_2 \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial C} \Delta C \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial K_y} \Delta K_y \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial y} \Delta y \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial N_2} \Delta N_2 \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{B_r} \left| \frac{\partial B_r}{\partial S} \Delta S \right| \right)^2}$$

$$G_{st}(B_r) = \left| \frac{\Delta B_r}{B_r} \right|_{st} \cdot 100 \leq$$

$$\left| \frac{\Delta H_c}{H_c} \right|_{st} = \sqrt{\left(\frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial N_1} \Delta N_1 \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial K_x} \Delta K_x \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial x} \Delta x \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial R_1} \Delta R_1 \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{H_c} \left| \frac{\partial H_c}{\partial l} \Delta l \right| \right)^2}$$

$$G_{st}(H_c) = \left| \frac{\Delta H_c}{H_c} \right|_{st} \cdot 100 \leq$$

5.1.5 Klase tačnosti

Odrediti klase tačnosti x-ose i y-ose na displeju osciloskopa:

$$kl_x = \frac{|\Delta x|}{x_{max}} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$kl_y = \frac{|\Delta y|}{y_{max}} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

kl_x , kl_y – klase tačnosti osa x-ose i y-ose osciloskopa,

$|\Delta x|$, $|\Delta y|$ - maksimalna greška očitavanja sa osa osciloskopa,

x_{max} , y_{max} - maksimalna dužina koja se može očitati na osi osciloskopa, gledano od koordinatnog početka.

$$x_{max} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y_{max} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Odrediti klase tačnosti celokupne aparature (mernog sistema) za merenje B_r i H_c .

Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

$B_{r\max}$ odrediti kao maksimalnu vrednost B_r koja bi se mogla očitati na y -osi ekrana osciloskopa za $y = y_{\max}$, u odnosu na koordinatni početak.

$$B_{r\max} = \underline{\hspace{5cm}}$$

Maksimalna vrednost greške $\max |\Delta B_r|$ se određuje kao vrednost za koliko se promeni B_r ako se očitavanje pogreši za polovinu najmanjeg podeoka tj. $|\Delta y|$, pri merenju najmanje moguće vrednosti $y = |\Delta y|$, gde je greška merenja najveća.

U prethodno određeni izraz za $|\Delta B_r|$ ubaciti da je $y = |\Delta y| = 1 \text{ mm}$.

$$\max |\Delta B_r| = \underline{\hspace{5cm}}$$

Sada možemo naći klasu tačnosti celokupne aparature za merenje B_r . Prethodno je određena klasa tačnosti samo y -ose, pa klasa aparature mora biti lošija, tj. veći broj, usled drugih izvora greške navedenih u tabeli 5.1.1.

$$kl_{B_r} = \frac{\max |\Delta B_r|}{B_{r\max}} \cdot 100 = \underline{\hspace{5cm}}$$

$H_{c\max}$ odrediti prema maksimalnoj vrednosti koju je moguće očitati na x -osi ekrana osciloskopa za $x = x_{\max}$, u odnosu na koordinatni početak.

$$H_{c\max} = \underline{\hspace{5cm}}$$

Maksimalna vrednost greške $\max |\Delta H_c|$ se određuje kao vrednost za koliko se promeni H_c ako se očitavanje pogreši za polovinu najmanjeg podeoka $\max |\Delta x|$, pri merenju najmanje moguće vrednosti $x = |\Delta x|$, gde je greška merenja najveća.

U prethodno određeni izraz za $|\Delta H_c|$ ubaciti da je $x = |\Delta x| = 1 \text{ mm}$.

$$\max |\Delta H_c| = \underline{\hspace{5cm}}$$

Snimanje dinamičke petlje histerezisa osciloskopom

Sada možemo naći klasu tačnosti celokupne aparature za merenje H_c . Prethodno je određena klasa tačnosti samo x-ose, slično kao i za B_r .

$$kl_{H_c} = \frac{\max |\Delta H_c|}{H_{c\max}} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

5.1.6 Zaključak

Analizirati koji sabirci su dominantni za greške B_r i H_c , tj. koje komponente najviše doprinose ukupnoj grešci.

Koje od ovih komponenti je moguće poboljšati, i koje poboljšanje bi najbrže dovelo do smanjenja granica greške? Voditi računa šta se meri, a čime se meri.

Koliko ostali sabirci doprinose ukupnoj grešci? Da li se neki mogu zanemariti u odnosu na ostale?

VEŽBA BROJ 5.2

OVERA JEDNOFAZNOG INDUKCIONOG BROJILA

ZADATAK: Izvršiti overu jednofaznog indukcionog brojila.

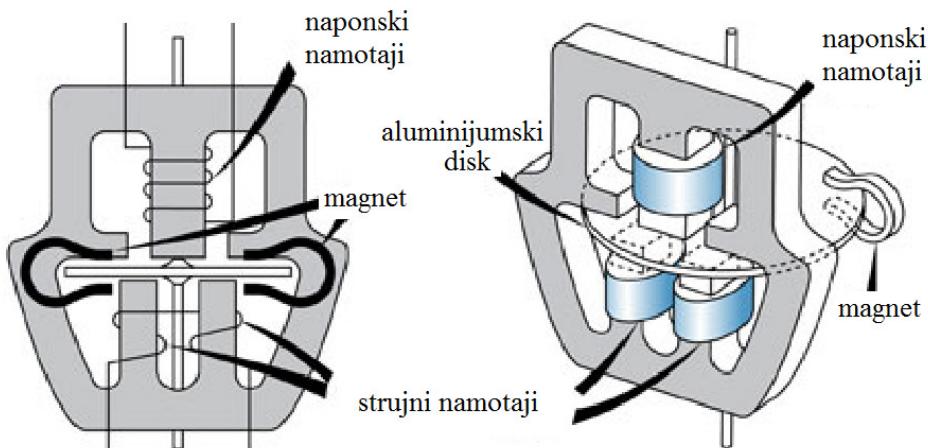
PRIBOR: T_{R1} - regulacioni transformator **MA 4800**;
 T_{R2} - regulacioni transformator **MA 4800**;
Wh- jednofazno indukciono brojilo **KILOWATTORA**;
 R_p - promenljivi otpornik – klizni potenciometar **PRN 117**, $22\ \Omega$;
A - ampermetar **3514**;
V - voltmeter **3515**;
... - tabla sa čvorištima + 6 kablova.



UVOD

Na slici 5.2.1. je prikazan presek jednofaznog indukcionog brojila. Vertikalna osovina i aluminijumski disk čine pokretni deo – rotor. Stator je sačinjen od feromagnetsnog materijala sa naponskim i strujnim namotajima. Usled napona dovedenog na naponske namotaje i struje koja protiče kroz strujne namotaje, stvara se obrtno magnetno polje koje pokreće aluminijumski disk. Brzina obrtanja magnetnog diska je srazmerna aktivnoj snazi. Registrovanjem broja obrtaja diska u određenom vremenskom intervalu, vrši se merenje utrošene aktivne energije.

Brojilo je karakterisano konstantom koja predstavlja vezu između broja obrtaja diska i utrošene aktivne električne energije i izražava se u broju obrtaja za kWh.



Slika 5.2.1. Brojilo

OVERA MERNOG INSTRUMENTA

Overa instrumenta podrazumeva utvrđivanje greške instrumenta i donošenje odluke da li instrument zadovoljava označenu tačnost definisanu od strane proizvođača.

Instrument se najčešće overava direktnim poređenjem sa etalonom. U slučaju nedostatka etalona za overu instrumenta (nama bi bilo potrebno etalonsko brojilo, koje mora imati minimalno 3-5 puta veću tačnost od tačnosti brojila koje se ispituje), koristi se aparatura koja na dovoljno kvalitetan način može da ostvari i meri veličinu od interesa.

U vežbi se koristi šema sa tzv. „fantomskim“ potrošačem. Umesto da se koristi potrošač na kojem se disipira velika snaga (tj. gde se električna energija pretvara u toplotnu energiju), u ovoj šemi „zbunjujemo“ brojilo nezavisnim podešavanjem struje kroz strujne krajeve i napona na naponskim krajevima U , a uz pretpostavku da nema faznog smicanja između ovog napona i struje (fazni

ugao je $\phi = 0^\circ$). To je i razlog zašto se kod overa koriste dva odvojena transformatora, što nam omogućava odvojeno podešavanje napona i struje, što inače nije moguće kod klasičnog potrošača.

Voltmetar i ampermetar koji se koriste pri overi imaju dovoljno bolju tačnost od brojila pa se mogu smatrati *etalonskim*.

Brojilo meri integral aktivne snage, a aktivna snaga je jednaka proizvodu napona, struje i faktora snage. Ako nema faznog smicanja između napona i struje, onda je faktor snage jednak jedinici.

$$E = \int_0^t P \cdot dt = \int_0^t U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot dt, \quad \cos \varphi = 1, \quad E = \int_0^t U \cdot I \cdot dt$$

Pod prepostavkom da se efektivna vrednost napona i struje ne menja tokom perioda merenja T , dobijamo izraz na osnovu kojeg će biti ostvarena overa brojila.

$$E = \int_0^T U \cdot I \cdot dt = U \cdot I \int_0^T dt = U \cdot I \cdot T$$

Odavde zaključujemo da merenjem, a zatim i množenjem efektivnih vrednosti napona i struje, kao i trajanja vremenskog intervala, dobijamo vrednost aktivne energije koju je brojilo izmerilo.

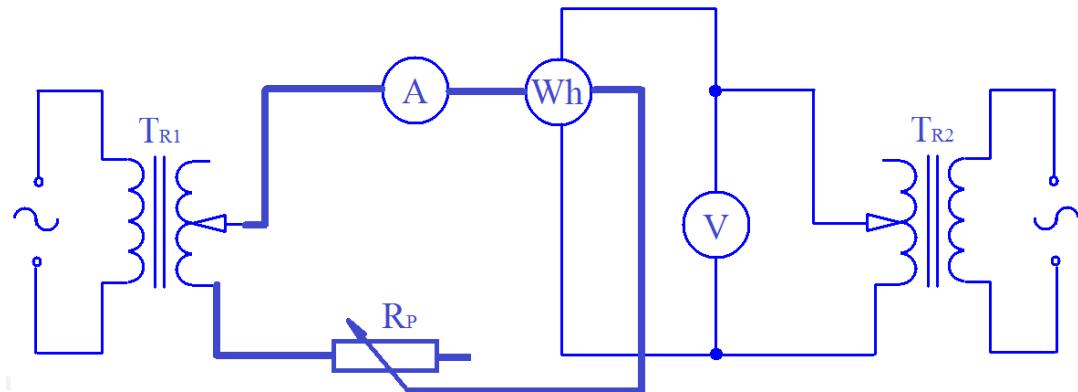
Brojač na brojilu očitava vrednost energije prilagođenu potrošnji u domaćinstvu, tj. iskazano je u kWh. Da bi se uštedelo na vremenu i potrošnji energije tokom overa, meri se broj obrtaja aluminijumskog diska u brojilu umesto obrtaja brojača. Crvena tačka ili crta na disku se mogu videti spolja kroz kućište brojila, što omogućava da se overa izvrši brojanjem obrtaja diska mnogo manji broj puta nego što je potrebno za 1 kWh.

UPUTSTVO ZA MERENJE

5.2.1 Overa jednofaznog indukcionog brojila ampermetrom, voltmetrom i hronometrom

Sastaviti kolo prema šemi na slici 5.2.2.

UPOZORENJE: U ovoj vežbi se radi sa visokim naponima i strujama!



Slika 5.2.2. Šema veza za overu brojila ampermetrom, voltmetrom i hronometrom

Opis mernog kola

Povezati kolo i postaviti sve elemente kontakte što dalje od sebe, da bi se smanjila mogućnost slučajnog dodira. Za vreme merenja, podešavati SAMO ručice regulacionih transformatora i klizač potenciometra! Ne dirati ostale komponente, pogotovo kablove dok su pod naponom.

Indukcione brojilo ima strujne priključke ŽUTE boje i naponske priključke BRAON boje. Pogrešno priključivanje može dovesti do uništenja brojila!

Strujno kolo indukcionog brojila čini sekundar transformatora T_{R1} , ampermetar, strujni krajevi brojila (žuti priključci) i otpornik R_p . Naponsko kolo čini sekundar transformatora T_{R2} , voltmetar i naponski krajevi brojila (braon priključci).

Naponsko i strujno kolo su međusobno galvanski odvojeni. Na šemi je strujno kolo označeno debljim provodnicima kako bi se indikovalo da tim putem prolazi velika struja, za razliku od naponskih priključaka.

R_p povezati i podesiti tako da ima najveću otpornost između priključaka.

Kao hronometar koristiti štopericu na ručnom satu ili na mobilnom telefonu.

Na voltmetu V odabrat merni opseg od 300 V.

Na ampermetru A odabrat merni opseg od 1 A – oba kratkospojnika moraju biti u otvorima **sa leve strane** označenim sa „**1A**“, a desni par otvora „**2A**“ mora biti prazan. Kablovi se priključuju na standardne buksne u gornjem levom uglu kućišta (**ne** u otvore sa desne strane kućišta!).

U tabeli 5.2.1 zabeležiti vrednosti karakteristika mernih instrumenata koje su neophodne za sva dalja izračunavanja.

Overa jednofaznog indukcionog brojila

Voditi računa da se u toku merenja održavaju izabrani napon i struja. Ako dođe do variranja neke veličine u toku merenja, ponoviti merenje.

Postupak merenja

Pre uključivanja transformatora, proveriti da li su ručice oba na nuli, tj. u skroz levom položaju. Uključivanje transformatora sa ručicama koje nisu na nuli može dovesti do uništenja transformatora i ostalih elemenata u kolu!

Prvo uključiti T_{R1} , a tek onda T_{R2} .

Sa T_{R2} prvo podesiti da voltmeter V pokaže 230 V.

Sa T_{R1} podesiti da ampermetar pokaže potrebnu vrednost iz tabele 5.2.2.

Disk u brojilu se mora okretati **NA DESNO!** Ukoliko se stanje na brojčaniku smanjuje, tj. disk se okreće na levo - to znači da napon i struja nisu u fazi, tj. nisu ispravno priključeni na brojilo pa se disk okreće na pogrešnu stranu. Smanjiti **oba** transformatora na nulu, obrnuti strujne priključke na brojilu i ponoviti merenje.

Uključiti štopericu. Sačekati vreme t potrebno da disk brojila načini 10 punih obrtaja, tj. potrebno je izbrojati 10 punih okreta diska u brojilu. **Posmatra se crvena oznaka na disku.**

Zabeležiti izmereno vreme t (sa dve decimale) u tabelu 5.2.2.

Bez isključivanja izvora, podesiti sledeću veću struju datu u tabeli i ponoviti prethodnu proceduru.

Ako je potrebno nešto promeniti u spajanju kola između dva merenja, **OBAVEZNO smanjiti napone oba transformatora na nulu.**

Po završetku svih merenja, ručice oba transformatora vratiti na nulu, isključiti ih i tek tada se može rastavljati kolo. Nikako ne počinjati rastavljanje kola dok je ono pod naponom jednog ili oba transformatora!

Klasa tačnosti voltmetra	k_{l_V}		%
Opseg voltmetra	U_{max}		V
Klasa tačnosti ampermetra	k_{l_A}		%
Opseg ampermetra	I_{max}		A
Greška merenja vremena	Δt	± 0.01	s
Klasa tačnosti brojila	$k_{l_{Wh}}$	5	%
Konstanta brojila	K_{Wh}	4000	obr/kWh

Tabela 5.2.1. Karakteristike mernih instrumenata

Određivanje greške brojila

Konstanta brojila K_{Wh} je poznata i iznosi 1 kWh za 4000 obrtaja diska brojila. Jedinica u kojoj se izražava je obrtaja/kWh (obr/kWh ili rev/kWh).

Ova vrednost mora biti naznačena i na samom brojilu, pored informacija o klasi tačnosti, radnoj frekvenciji (50 ili 60 Hz), veličini koja se meri (aktivna ili reaktivna snaga), broju faza na kojima se meri (jedna ili tri), proizvođaču i oznaci modela brojila, serijskom broju, kao i radnom naponu i struji koji se mogu meriti.

Za tačnu vrednost potrošene električne energije E_t uzima se energija određena putem referentnih instrumenata – voltmetra, ampermetra i hronometra:

$$E_t = U \cdot I \cdot t$$

Izmerenu vrednost potrošene električne energije E_m odrediti kao:

$$E_m = \frac{N}{K_{Wh}}$$

Voditi računa o pretvaranju jedinica:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 3600 \text{ Ws}$$

I	A	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
U	V						
P	W						
N	obrt.						
t	s						
E_t	Ws						
E_m	Ws						
$G_a(E_{Wh})$	Ws						
$G_r(E_{Wh})$	%						
$G\%(E_t)$	%						
$G_{st}(E_t)$	%						
$ G_{Wh} _{\%}$	%						

Tabela 5.2.2. Rezultati ispitivanja greške indukcionog brojila

Overa jednofaznog indukcionog brojila

Pošto se napon i struja održavaju konstantnim u toku merenja, možemo odrediti i trenutnu aktivnu snagu (potrošač je čisto rezistivan):

$$P = U \cdot I$$

Apsolutna greška G_a i relativna greška G_r merenja energije indukcionim brojilom E_{Wh} su definisane kao:

$$G_a(E_{Wh}) = \Delta E_{Wh} = E_m - E_t \quad G_r(E_{Wh}) = \frac{\Delta E_{Wh}}{E_t} = \frac{E_m - E_t}{E_t} \cdot 100\%$$

Ovime je određeno koliko ispitivano brojilo odstupa od referentne vrednosti – izvršena je overa brojila.

Pošto i izmerena referentna vrednost aktivne energije (“tačna vrednost”) ima neku grešku, potrebno je odrediti kolike su sigurne i statističke granice greške E_t u relativnom obliku: $G_{\%}(E_t)$ i $G_{st}(E_t)$.

Izvesti potrebe izraze i izračunati vrednosti za sva merenja iz tabele 5.2.2.

$$\left| \frac{\Delta E_t}{E_t} \right| \leq \frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial U} \Delta U \right| + \frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial I} \Delta I \right| + \frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial t} \Delta t \right|$$

$$G_{\%}(E_t) = \left| \frac{\Delta E_t}{E_t} \right| \cdot 100 \leq$$

$$\left| \frac{\Delta E_t}{E_t} \right|_{st} \leq \sqrt{\left(\frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial U} \Delta U \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial I} \Delta I \right| \right)^2 + \left(\frac{1}{E_t} \left| \frac{\partial E_t}{\partial t} \Delta t \right| \right)^2}$$

$$G_{st}(E_t) = \left| \frac{\Delta E_t}{E_t} \right|_{st} \cdot 100 \leq$$

Overa jednofaznog indukcionog brojila

Ove greške određuju i validnost same overe instrumenta.

Da bi mogli da overavamo neki uređaj, sigurne granice greške etalona moraju imati vrednost koja je barem tri puta manja od greške instrumenta koji se overava.

U ovom slučaju se absolutna vrednost relativne greške brojila uzima za njegovu ukupnu grešku G_{Wh} izraženu u procentima:

$$|G_{Wh}|_{\%} = |G_r(E_{Wh})|$$

Na osnovu prethodne relacije i klase tačnosti brojila kl_{Wh} određujemo uslov validnosti overe – da je maksimalna greška etalona barem tri puta manja od klase tačnosti ispitivanog uređaja:

$$kl_{Wh} \geq 3 \cdot \max |G_{\%}(E_t)|$$

-

Proveriti da li je ovaj uslov ispunjen:

$$\underline{\quad} \geq \underline{\quad}$$

DA NE

Za brojilo kažemo da je „**u klasii**“ ako za njegovu klasu tačnosti kl_{Wh} važi da je veća (ili jednaka) od **svake** vrednosti sigurnih granica greške dobijenih prilikom overe brojila (pa i od najveće):

$$kl_{Wh} \geq \max |G_{Wh}|_{\%}$$

Ako ovaj uslov nije ispunjen bar za jednu merenu vrednost koja iznosi više od 10 % datog mernog opsega, ustanovljava se da instrument „**nije u klasii**“.

Za vrednosti manje od 10 % mernog opsega, osim ako drugačije nije specificirano, instrument ne mora da bude u datoј klasii tačnosti.

Na istom principu se vrši overa i svih drugih mernih instrumenata. Merne metode prilikom overe se razlikuju, ali kranji cilj je uvek isti – ustanoviti da li je izmerena vrednost u granicama greške deklarisane od strane proizvođača.

Odrediti da li je ispitivano brojilo u klasii:

$$kl_{Wh} = \underline{\quad} \geq \max |G_{Wh}|_{\%} = \underline{\quad}$$

DA NE

Merni opseg brojila je u ovom slučaju *aktivna snaga* $P_{Wh\max}$. Pošto su na prednjoj pločici brojila dati radni napon od 220 V i maksimalna fazna struja od 3 A, merni opseg aktivne snage za brojilo je:

$$P_{Wh\max} = U_{Wh} \cdot I_{Wh\max} = 220 \text{ V} \cdot 3 \text{ A} = 660 \text{ W}$$

Overa jednofaznog indukcionog brojila

Proveriti da li je ispunjen zahtev da je najmanja merena aktivna snaga (za najmanju struju) tokom overe uvek iznad 10 % mernog opsega snage brojila:

$$P_{Wh \min} = U \cdot I_{\min} = \underline{\hspace{2cm}} \geq 0.1 \cdot 660 \text{ W} = 66 \text{ W}$$

DA NE

Možemo primetiti da je radni napon koji je specificiran za brojilo 220 V. Ovo je stari standard faznog napona mreže, koji je u Srbiji promenjen tek 1999. godine i iznosi 230 V. Ova promena kod brojila utiče samo na smanjenje maksimalne struje koja se može meriti, kako bi merni opseg ostao isti.

Vrlo je bitno uvek utvrditi da li i koliko utiče ova promena napona na starije uređaje koji su predviđeni samo za 220 V. Uticaj može biti različitog stepena: zanemarljiv, da unosi značajnu grešku, pa sve do kritičnog koji može izazvati havariju.

Neki stariji uređaji poseduju selektor (preklopnik) radnog napona koji se mora podesiti na napon koji je u mreži (npr. 110/220/230/240/250 V), kako bi uređaj ispravno funkcionisao.

Moderni uređaji su obično projektovani da rade na svim standardnim internacionalnim mrežnim naponima (imaju automatsko selektovanje radnog napona), od 100 do 250 V, ali ni to nije uvek pravilo!

Zato je bitno uvek proveriti za koji mrežni napon je uređaj predviđen, bez obzira na starost uređaja.

5.2.2 Zaključak

Komentarisati dobijene rezultate ispitivanja indukcionog brojila. Da li je brojilo moguće koristiti za merenja prema specificiranoj klasi? Šta je uzrok tome?

Uočiti predznak relativne greške brojila $G_r(E_{Wh})$. Kako ovaj predznak greške utiče na krajnjeg potrošača električne energije, a kako na elektrodistribuciju?

VEŽBA BROJ 6

MERENJE VREMENA REAKCIJE NA VIZUELNU POBUDU

ZADATAK: Odrediti vreme reakcije na vizuelnu pobudu. Izvršiti elementarnu statističku obradu dobijenih rezultata merenja. Odrediti mernu nesigurnost dobijenog rezultata merenja.

PRIBOR: MR - digitalni instrument za merenje vremena reakcije.
ostalo - kalkulator sa statističkim funkcijama (potrebno je poneti sopstveni kalkulator na vežbe), uputstva za statističke funkcije za neke *Casio* modele kalkulatora (za druge modele koristiti fabrička uputstva koja su došla uz kalkulator).



UVOD:

Merilo reakcije (MR) ima ugrađen numerički displej koji prikazuje rezultat (vreme u milisekundama) svake pojedinačne reakcije.

Vizuelna pobuda se vrši pomoću LED diode zelene boje na kućištu instrumenta. Kada zasija zelena LED dioda, na displeju počinje da se odbrojava vreme u milisekundama. Tada je potrebno u što kraćem vremenskom roku pritisnuti taster koji je preko kabla spojen sa instrumentom. Onog trenutka kada se taster pritisne, zaustavlja se merenje i vrednost na displeju predstavlja vreme reakcije u ms.

Potrebno je napraviti 100 uzastopnih individualnih merenja (za svakog studenta posebno).

Rezultate merenja uneti u tabelu 6.1. Redosled upisivanja rezultata je s leva na desno u prvom redu, zatim sledeći red itd.

Očekivano prosečno vreme reakcije se kreće između 150 ms i 400 ms. Ukoliko se pri merenju pojave vrednosti van tog opsega, treba ih odbaciti kao rezultat sa grubom greškom, a ta merenja ponoviti!

6.1 Merenje vremena reakcije

Uputstvo za merenje

Posle uključenja instrumenta, potrebno je svaki put pre merenja pritisnuti taster **PRIPREMA**, zatim taster **START**, potom sačekati da se upali zelena LED dioda koja označava početak merenja vremena i tada je potrebno što brže pritisnuti taster **STOP** (istu funkciju vrše taster povezan preko kabla, kao i taster ugrađen na kućištu). Potom ponoviti ciklus **Priprema-Start-Stop** i za sva ostala merenja.

Izvršiti prvo seriju od 5-6 merenja bez upisivanja rezultata, kako bi se osoba čije se vreme reakcije određuje privikla na uslove i način merenja reakcije.

Svaki student treba zasebno da izvrši set od **n = 100** merenja.

Statističke vrednosti se računaju pomoću kalkulatora – potrebno je proučiti njegovo originalno uputstvo, svaki model ima drugačiji način upotrebe. Za kalkulatore koji imaju $n < 100$ podataka u memoriji, računati samo prvih n rezultata. Kalkulator Casio fx82 (kao i njegove kopije) ima memoriju za $n = 100$ podataka u statističkoj memoriji, a modeli fx82MS i fx991ES samo za $n = 80$.

Ukoliko se pritisne taster za reakciju pre nego što zasija zelena dioda, zasijaće žuta dioda, što znači da merenje nije validno i da se ponovo mora pritisnuti **PRIPREMA-START** na merilu pre sledećeg merenja.

Tabela 6.1. Pojedinačni rezultati merenja vremena reakcije T_{mi} u milisekundama

6.2 Elementarna obrada rezultata merenja

Odrediti najmanje i najveće izmereno vreme reakcije, T_{min} i T_{max} . Opseg od najmanjeg do najvećeg vremena reakcije podeliti na devet jednakih podintervala. Prvo treba odrediti korak Δ svakog podintervala:

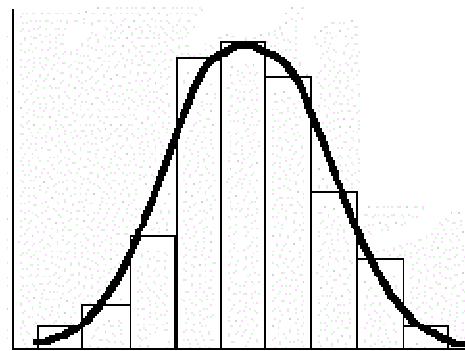
$$\Delta = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{9} = \underline{\quad \quad \quad}$$

Merenje vremena reakcije na vizuelnu pobudu

Prvi podinterval obuhvata vrednosti od T_{min} do $T_{min}+\Delta$, drugi podinterval od $T_{min}+\Delta$ do $T_{min}+2\cdot\Delta$, i tako redom do poslednjeg podintervala koji sadrži vrednosti od $T_{min}+8\cdot\Delta$ do $T_{min}+9\cdot\Delta=T_{max}$.

Iz tabele 6.1 odrediti koliko puta se pojavljuje mereno vreme reakcije u svakom od devet podintervala (*broj rezultata*).

Rezultate prebrojavanja uneti u tabelu 6.2. Na slici 6.1 prikazati *histogram* (kao na slici 6.2) na osnovu podataka iz tabele 6.2.



Slika 6.2. Primer histograma

Broj rezultata u pojedinom podintervalu se naziva i *učestanost pojavljivanja*, odnosno *frekvencija pojavljivanja* rezultata.

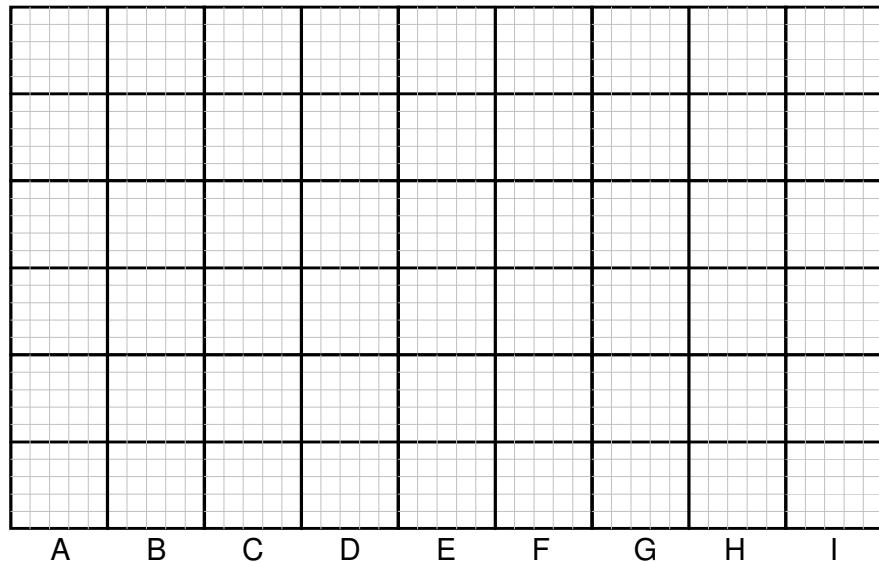
podinterval	A	B	C	D	E
$(T_{i\min}, T_{i\max})$ ms					
broj rezultata u podintervalu					

podinterval	F	G	H	I
$(T_{i\min}, T_{i\max})$ ms				
broj rezultata u podintervalu				

Tabela 6.2. Grupisanje rezultata merenja vremena reakcije po podintervalima

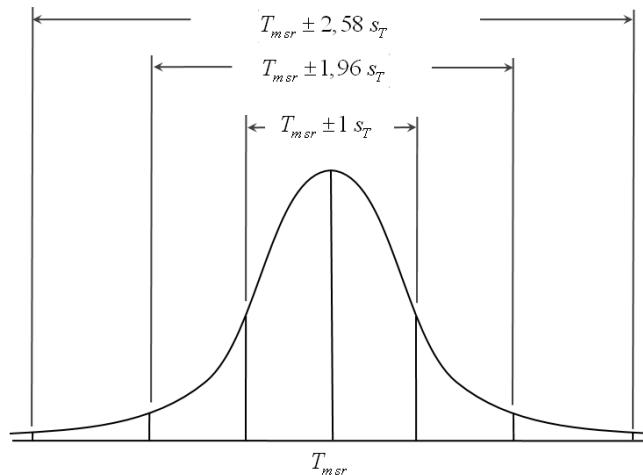
Histogram se crta tako što svako polje na x-osi predstavlja odgovarajući podinterval od A do I.

Na y-osi se ucrtavaju vrednosti broja pojavljivanja (frekvencije) rezultata merenja u datom podintervalu.



Slika 6.1. Histogram raspodele broja rezultata po podopsezima

Da li se, na prvi pogled, može zaključiti da su pojedinačni rezultati merenja raspoređeni prema normalnom zakonu raspodele grešaka, kao na slici 6.3?



Slika 6.3. Idealna kriva Gausove (normalne) raspodele

Ukoliko želimo da više uzastopnih rezultata merenja predstavimo jedinstvenom (najbolje procenjenom) vrednošću, za to koristimo aritmetičku sredinu.

Aritmetička sredina daje najbolje procenjenu vrednost kada imamo beskonačno mnogo merenja.

Standardna devijacija predstavlja meru rasipanja rezultata oko aritmetičke sredine. Ako je izvršeno n merenja, aritmetička sredina i standardna devijacija se određuju po sledećim formulama.

Koristeći statističke funkcije kalkulatora, izračunati aritmetičku sredinu $T_{m\ sr}$ i standardno odstupanje s_T za dobijeni niz merenja i uneti u Tabelu 6.3:

$$T_{m\ sr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{m\ i} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$s_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{m\ i} - T_{m\ sr})^2}{n-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ovde dve vrednosti je moguće izračunati unošenjem svih podataka u kalkulator u statističkom modu i primenom odgovarajućih funkcija.

$T_{m\ sr}$ ms	s_T ms

Tabela 6.3. Rezultati ocene srednje vrednosti i standardne devijacije merenog vremena reakcije

6.3 Određivanje grube greške

Jedan od najprostijih kriterijuma za utvrđivanje prisustva grube greške je:

Ako se pojedinačni rezultat merenja $T_{m\ i}$ nalazi izvan intervala $(T_{m\ sr} \pm 3 \cdot s_T)$, verovatno je da sadrži grubu grešku.

Ako je raspodela verovatnoće *normalna* (Gausova):

- Može se očekivati da će se u intervalu $(T_{m\ sr} \pm 1.00 \cdot s_T)$ naći **68 %** rezultata od n izvršenih merenja. Ova provera podrazumeva da se odredi broj rezultata u Tabeli 6.1 koji ne odstupaju više od s_T od srednje vrednosti.
- Može se očekivati da će se u intervalu $(T_{m\ sr} \pm 1.96 \cdot s_T)$ naći **95 %** rezultata od n izvršenih merenja.
- Može se očekivati da će se u intervalu $(T_{m\ sr} \pm 2.58 \cdot s_T)$ naći **99 %** rezultata od n izvršenih merenja.

Odrediti opsege koji odgovaraju ovim kriterijumima za izračunato T_{msr} . Prebrojati ukupan broj rezultata N_1 koji se nalaze van tog opsega, kao i broj rezultata unutar tog opsega N_2 .

Odrediti procentualni iznos N_2 merenja unutar datog opsega:

$$N_2(\%) = \frac{N_2}{n} \cdot 100$$

	<i>donja gr. opsega</i> $T_{msr} - C \cdot S_T$ ms	<i>gornja gr. opsega</i> $T_{msr} + C \cdot S_T$ ms	<i>br. rez. van opsega</i> N_1	<i>br. rez. u opsegu</i> N_2	<i>teorijsko $N_2(\%)$</i> %	<i>izračunato $N_2(\%)$</i> %
$c = 1.00$					68	
$c = 1.96$					95	
$c = 2.58$					99	

Tabela 6.4. Test za određivanje da li grupa podataka ima normalnu raspodelu

Pomoću tabele 6.4 vršimo test podataka iz tabele 6.1 da li ti podaci imaju normalnu raspodelu.

Uporediti dobijene rezultate sa teorijskim. Ako su svi rezultati izračunatih $N_2(\%)$ jednaki ili veći, izvršena merenja imaju normalnu raspodelu.

6.4 Analiza merne nesigurnosti

Do sada smo kvalitet rezultata merenja procenjivali na osnovu sigurnih granica greške ili statističkih granica greške.

Sigurne granice greške daju najveću moguću granicu greške. Stvarna greška merenja će **sigurno** biti manja ili jednaka od sigurne granice greške! Ovo je najpesimističnija procena greške merenja. Zasniva se na prepostavci da će sve merene i saopštene vrednosti biti sa maksimalnom greškom i to na najnepovoljniji način!

Malo je verovatno da ćemo u konkretnom merenju imati baš ovako pesimističnu situaciju. Zato se često, umesto sigurnih granica greške određuju i saopštavaju **statističke granice greške**, koje su manje od sigurne granice greške merenja. Možemo reći da će greška merenja "verovatno" biti manja ili jednaka sa statističkom granicom greške.

Sledeći korak u iskazivanju kvaliteta merenja jeste preko **merne nesigurnosti**. Merna nesigurnost se računa na način sličan statističkim granicama greške, ali se uzima u obzir i raspodela verovatnoće greške merenja. S tačke gledišta merne nesigurnosti uticajne veličine se mogu podeliti na dve grupe. Jednu grupu čine veličine koje merimo više puta (uglavnom radi smanjenja uticaja slučajnih grešaka), a rezultat onda saopštavamo na osnovu aritmetičke sredine. Kod ovih veličina imamo **mernu nesigurnosti tipa A**.

Merna nesigurnost tipa B se primenjuje kod veličina koje se u datom merenju određuju jednom. Tada se na osnovu specifikacije proizvođača dobija informacija o granicama greške, ali i o raspodeli verovatnoće greške. Ukoliko nema informacija o raspodeli verovatnoće greške, smatraćemo da je u pitanju uniformna raspodela, odnosno da su sve vrednosti greške jednakog moguća.

Na konkretnom primeru merenja vremena reakcija imaćemo slučaj merne nesigurnosti tipa A i tipa B.

Rezultat merenja vremena reakcije T_R dobija se iz relacije (matematički model rezultata merenja):

$$T_R = T_m + \delta T_m$$

T_m je ocena rezultata merenja vremenskog intervala, dobijena višestrukim merenjem vremena reakcije i računanjem aritmetičke sredine:

$$T_m = T_{m,sr} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Činjenica da je srednja vrednost $T_{m,sr}$ određena na osnovu konačno mnogo merenja, ima za posledicu da smo tu "malo" pogrešili, odnosno da smo pomalo "nesigurni" u toj oceni. Da smo vršili beskonačno mnogo merenja i onda odredili aritmetičku sredinu, ta bi nesigurnost težila nuli!

Standardna merna nesigurnost (tip A) ocene vremenskog intervala $u(T_m)$ je standardna devijacija aritmetičke sredine:

$$u(T_m) = \frac{s_T}{\sqrt{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Činjenicu da i samo merilo vremenskih intervala može da greši, dajući rezultate u intervalu od $\pm G_T$ oko "tačne" vrednosti, uračunavamo tako što uvodimo korekciju δT_m . Smatrajući da je bilo koja greška merenja u intervalu $\pm G_T$ jednakog verovatna (gustina raspodele verovatnoće greške merenja je pravougaonog oblika - uniformna raspodela širine $2G_T$), za korekciju δT_m uzimamo aritmetičku sredinu gustine raspodele date greške, dok je njena merna nesigurnost (tipa B) jednaka standardnoj devijaciji $u(\delta T_m)$.

Iznos G_T za ovaj instrument je dat kao ± 2 ms, pa je samo u ovom slučaju:

Merjenje vremena reakcije na vizuelnu pobudu

$$\delta T_m = \frac{G_{T_{\min}} + G_{T_{\max}}}{2} = 0 \text{ ms. (ova vrednost u opštem slučaju nije uvek 0!!!)}$$

Iz teorije verovatnoće je poznato da standardna devijacija uniformne raspodele u opsegu $\pm G_T$ iznosi:

$$u(\delta T_m) = \frac{G_T}{\sqrt{3}} = \text{_____}$$

Merna nesigurnost u_{TR} (kombinovana merna nesigurnost) rezultata merenja vremena reakcije T_R dobija se iz:

$$u_{TR} = \sqrt{\left(\frac{\partial T_R}{\partial T_m} \right)^2 \cdot u^2(T_m) + \left(\frac{\partial T_R}{\partial (\delta T_m)} \right)^2 \cdot u^2(\delta T_m)} = \sqrt{c_{T_m}^2 \cdot u^2(T_m) + c_{\delta T_m}^2 \cdot u^2(\delta T_m)}$$

gde su:

$u(T_m)$ - merna nesigurnost određivanja vremena reakcije na osnovu aritmetičke sredine n uzastopnih rezultata merenja,

$u(\delta T_m)$ - merna nesigurnost koja potiče od mernog instrumenta,

c_{T_m} i $c_{\delta T_m}$ predstavljaju koeficijente osetljivosti. Oni su definisani kao parcijalni izvodi, a u ovom konkretnom slučaju imaju vrednost 1.

$$c_{T_m} = \frac{\partial T_R}{\partial T_m} = 1 \quad \text{i} \quad c_{\delta T_m} = \frac{\partial T_R}{\partial (\delta T_m)} = 1.$$

Izračunavanje za T_m i δT_m :

- Ocena veličine x_i – srednja vrednost te veličine.
- Standardna nesigurnost $u_i(x_i)$ – standardna devijacija prema datim formulama.
- Koeficijent osetljivosti c_i – parcijalni izvod po dатој veličini.
- Doprinos nesigurnosti

$$u_{x_i} = c_{x_i} \cdot u(X_i).$$

Izračunavanje za T_R :

- Ocena veličine – zbir ocena veličina T_m i δT_m .

- Doprinos nesigurnosti

$$u_{TR} = \sqrt{u_{X_{T_m}}^2 + u_{X_{\delta T_m}}^2} = \sqrt{c_{T_m}^2 \cdot u^2(T_m) + c_{\delta T_m}^2 \cdot u^2(\delta T_m)}.$$

Popuniti tabelu 6.5.

veličina X_i	ocena veličine X_i	standardna nesigurnost $U_i(X_i)$	raspodela verovatnoće	koeficijent osetljivosti c_i	doprinos nesigurnosti u_{X_i}
T_m			normalna	1.0	
δT_m			pravougaona	1.0	
T_R					

Tabela 6.5. Analiza merne nesigurnosti

6.5 Konačan rezultat merenja

Proširena merna nesigurnost rezultata merenja vremena reakcije U_{TR} , za faktor obuhvata $k = 2$, iznosi:

$$U_{TR} = k \cdot u_{TR} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Odavde je konačan rezultat merenja:

$$T_R = T_m \pm U_{TR} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Faktor obuhvata $k = 2$ odgovara skupu merenja u opsegu od plus minus dve standardne devijacije.

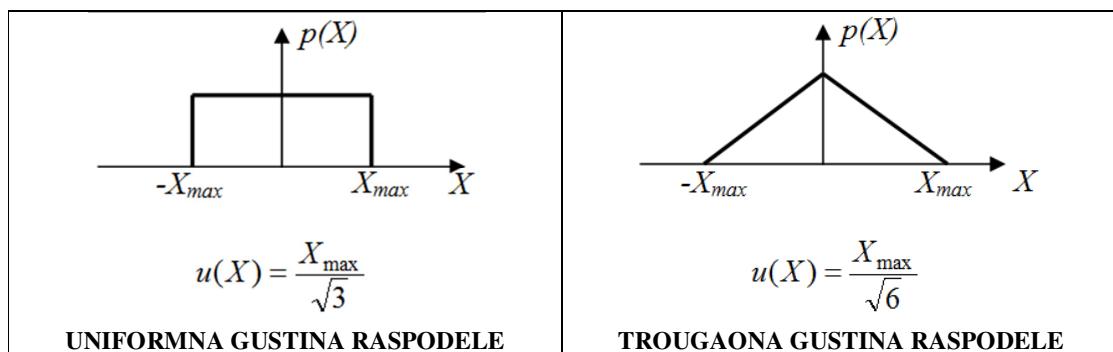
Sada možemo reći da smo sa verovatnoćom od 95 % sigurni da se prava vrednost merene veličine (srednjeg vremena reakcije) T_R nalazi u intervalu $T_m \pm U_{TR}$.

6.6 PRIMERI ZADATAKA

ZADATAK 1.

Otpornost se meri U/I metodom, naponskim spojem. Očitane vrednosti su 2.5 mA i 6 V. Odrediti vrednost otpornosti i mernu nesigurnost, ako su upotrebljeni instrumenti:

- voltmetar opsega 6 V, klase tačnosti 1 (greška voltmetra ima trougaonu gustinu raspodele, kao na slici). Unutrašnja otpornost voltmetra je 6000Ω , a možemo smatrati da greška poznavanja unutrašnje otpornosti ima normalnu raspodelu sa standardnom devijacijom od 12Ω .
- ampermetar opsega 10 mA, klase tačnosti 1.



Rešenje:

Ukoliko bismo, po Omovom zakonu, napravili količnik očitanog napona i struje, napravili bismo sistematsku grešku usled zanemarivanja konačne otpornosti voltmetra.

$$R_m = \frac{U}{I} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Prvo moramo otkloniti uticaj sistematske greške.

$$\frac{U}{I} = \frac{R_x \cdot R_v}{R_x + R_v} \Rightarrow R_x = \frac{R_v \cdot U}{R_v \cdot I - U} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Da bismo odredili mernu nesigurnost, potrebno je odrediti parcijalne izvode po uticajnim veličinama (koeficijente osetljivosti C_U , C_I , C_{R_v}). Ovde su to pokazivanja instrumenata U i I , i unutrašnja otpornost voltmetra R_v . Za date vrednosti U , I i R_v , odrediti koeficijente osetljivosti:

$$C_u = \frac{\partial R_x}{\partial U} = \frac{R_v \cdot (R_v \cdot I - U) - (R_v \cdot U)(-1)}{(R_v \cdot I - U)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C_I = \frac{\partial R_X}{\partial I} = -\frac{(R_V \cdot U) \cdot R_V}{(R_V \cdot I - U)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C_{R_V} = \frac{\partial R_X}{\partial R_V} = \frac{U \cdot (R_V \cdot I - U) - (R_V \cdot U) \cdot I}{(R_V \cdot I - U)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Sada je potrebno odrediti standardne merne nesigurnosti izmerenih i saopštenih veličina.

Maksimalna greška voltmetra je definisana klasom tačnosti i opsegom. Pošto greška voltmetra ima trougaonu gustinu raspodele, merna nesigurnost se dobija deljenjem maksimalne greške faktorom $\sqrt{6}$.

$$u_U = \frac{\max |\Delta U|}{\sqrt{6}} = \frac{\frac{k l_V}{100} \cdot U_{\max}}{\sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Maksimalna greška ampermetra je određena klasom tačnosti i opsegom. Pošto ništa nije rečeno za oblik gustine raspodele greške ampermetra, smatraćemo da je u pitanju uniformna raspodela, pa se merna nesigurnost dobija deljenjem maksimalne greške faktorom $\sqrt{3}$.

$$u_I = \frac{\max |\Delta I|}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{k l_A}{100} \cdot I_{\max}}{\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Greška poznavanja unutrašnje otpornosti voltmetra ima normalnu raspodelu sa standardnom devijacijom $\sigma = 12 \Omega$. Merna nesigurnost je, u stvari, standardna devijacija greške:

$$u_{R_V} = \sigma = \underline{\hspace{2cm}}$$

Kombinovana merna nesigurnost je definisana kao:

$$u_{R_X} = \sqrt{[C_U \cdot u_U]^2 + [C_I \cdot u_I]^2 + [C_{R_V} \cdot u_{R_V}]^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Merjenje vremena reakcije na vizuelnu pobudu

Procentualno iskazana kombinovana merna nesigurnost se dobija po sledećoj formuli:

$$u_{R_X} \% = \frac{u_{R_X}}{R_X} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Sabirci pod korenom odgovaraju mernim nesigurnostima koje potiču od greške merenja napona, greške merenja struje i greške poznavanja unutrašnje otpornosti voltmetra.

Šta najviše doprinosi mernoj nesigurnosti?

Šta treba uraditi da bi se smanjila ukupna merna nesigurnost?

ZADATAK 2.

Otpornost se meri U/I metodom, strujnim spojem. Očitane vrednosti su 1.4 mA i 6 V. Odrediti vrednost otpornosti i mernu nesigurnost, ako su upotrebljeni instrumenti:

- voltmetar opseg 6 V, klase tačnosti 1 (greška voltmetra ima trougaonu gustinu raspodele).
- ampermetar opseg 10 mA, klase tačnosti 1. Unutrašnja otpornost ampermetra je 280Ω , a možemo smatrati da greška poznavanja unutrašnje otpornosti ima normalnu raspodelu sa standardnom devijacijom od 1Ω .

Rešenje:

Ukoliko bismo, po Omovom zakonu, napravili količnik očitanog napona i struje, dobili bismo merenu otpornost, odnosno, napravili bismo sistematsku grešku usled zanemarivanja konačne otpornosti ampermetra:

$$R_m = \frac{U}{I} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Prvo moramo otkloniti uticaj sistematske greške. Količnik napona i struje predstavlja ekvivalentnu otpornost koju čini redna veza merenog otpornika i unutrašnje otpornosti ampermetra:

Merenje vremena reakcije na vizuelnu pobudu

$$\frac{U}{I} = R_X + R_A \Rightarrow R_X = \frac{U}{I} - R_A = \underline{\hspace{2cm}}$$

Da bismo odredili mernu nesigurnost, potrebno je odrediti parcijalne izvode po uticajnim veličinama (koeficijente osetljivosti C_U , C_I , C_{RA}). Ovde su to pokazivanja instrumenata U , I , i unutrašnja otpornost voltmetra R_A :

$$C_U = \frac{\partial R_X}{\partial U} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C_I = \frac{\partial R_X}{\partial I} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$C_{R_A} = \frac{\partial R_X}{\partial R_A} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Standardne merne nesigurnosti izmerenih i saopštenih veličina su:

$$u_U = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$u_I = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$u_{R_A} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Kombinovana merna nesigurnost je definisana izrazom:

$$u_{R_X} = \sqrt{[C_U \cdot u_U]^2 + [C_I \cdot u_I]^2 + [C_{R_A} \cdot u_{R_A}]^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$u_{R_X \%} = \frac{u_{R_X}}{R_X} \cdot 100 = \underline{\hspace{2cm}}$$