

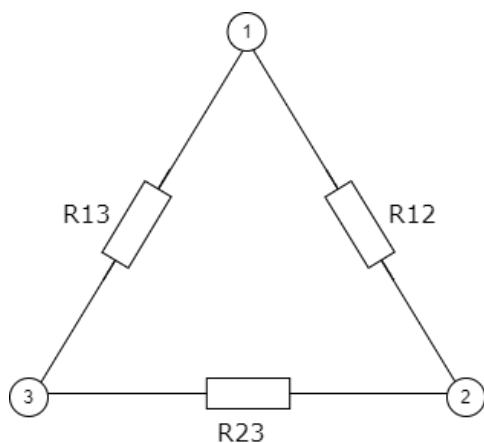
Laboratorijska vežba 8

TRANSFORMACIJA VEZE OTPORNIKA IZ ZVEZDE U TROUGAO I OBRNUTO

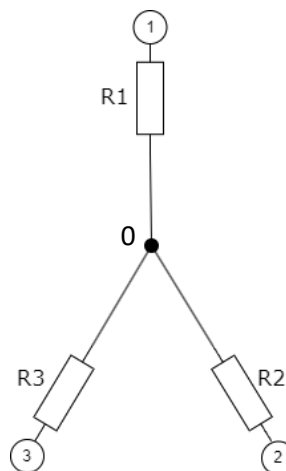
U analizi složenih električnih kola često se primenjuje postupak transformacije veze otpornika iz zvezde u trougao i obrnuto kako bi se proračun parametara kola znatno pojednostavio.

Na Slici 8.1.a je prikazana kontura koja se sastoji od tri otpornika otpornosti R_{12} , R_{13} i R_{23} i koja poseduje tri čvora sa oznakama 1, 2 i 3 i formira spoj otpornika u trougao.

Na Slici 8.1.b je prikazana veza otpornika u zvezdu, koju obrazuju tri otpornika otpornosti R_1 , R_2 i R_3 , čiji krajevi su sa jedne strane vezani u zajednički čvor sa oznakom 0 (zvezdište) a sa druge strane u pretpostavljenim čvorovima veze otpornika u trougao sa oznakama 1, 2 i 3.



Slika 8.1.a Veza otpornika u trougao



Slika 8.1.b Veza otpornika u zvezdu

Uslovi za izvođenje transformacije iz veze otpornika u trougao u vezu otpornika u zvezdu su sledeći:

1. da potencijali V_1 , V_2 i V_3 u čvorovima 1, 2 i 3 ostanu isti;
2. da vrednosti struja I_1 , I_2 i I_3 koje se stiču u čvorovima ostanu iste i
3. da vrednosti ekvivalentnih otpornosti između čvorova 1 i 2, 1 i 3, 2 i 3 ostanu iste (obuhvata prethodna dva uslova).

Izrazi za ekvivalentne otpornosti između čvorova 1 i 2, 1 i 3, 2 i 3 za vezu otpornika u trougao i zvezdu su dati u nastavku.

Za vezu otpornika u trougao:

$$\begin{aligned}
 R_{EKV12} &= R_{12} \parallel (R_{13} + R_{23}) = \frac{R_{12} \cdot (R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_{EKV13} &= R_{13} \parallel (R_{12} + R_{23}) = \frac{R_{13} \cdot (R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_{EKV23} &= R_{23} \parallel (R_{12} + R_{13}) = \frac{R_{23} \cdot (R_{12} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}
 \end{aligned}
 \tag{8.1}$$

Za vezu otpornika u zvezdu:

$$\begin{aligned}
 R_{EKV12} &= R_1 + R_2 \\
 R_{EKV13} &= R_1 + R_3 \\
 R_{EKV23} &= R_2 + R_3
 \end{aligned}
 \tag{8.2}$$

Uzimajući u obzir 3. uslov za izvođenje transformacije iz veze otpornika u trougao u vezu otpornika u zvezdu dobijamo sledeći sistem jednačina:

$$\begin{aligned}
 \frac{R_{12} \cdot (R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} &= R_1 + R_2 \\
 \frac{R_{13} \cdot (R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} &= R_1 + R_3 \\
 \frac{R_{23} \cdot (R_{12} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} &= R_2 + R_3
 \end{aligned}
 \tag{8.3}$$

Iz 8.3 možemo izraziti R_1 , R_2 i R_3 u zavisnosti od R_{12} , R_{13} i R_{23} (transformacija iz veze otpornika u trougao u vezu otpornika u zvezdu) i takođe R_{12} , R_{13} i R_{23} u zavisnosti od R_1 , R_2 i R_3 (transformacija iz veze otpornika u zvezdu u vezu otpornika u trougao).

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_2 &= \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\
 R_3 &= \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}
 \end{aligned}
 \tag{8.4}$$

TROUGAO U ZVEZDU

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} \\
 R_{13} &= R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \\
 R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}
 \end{aligned}
 \tag{8.5}$$

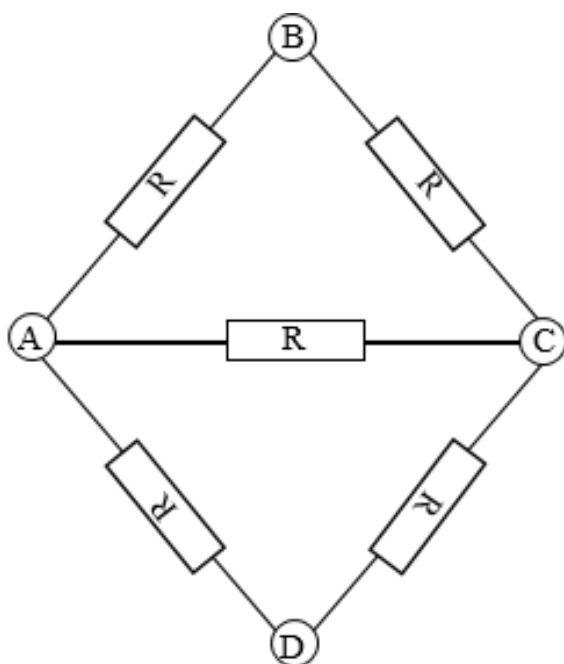
ZVEZDA U TROUGAO

Za otporničku maketu 1 prikazanu na slici 8.2 naći ekvivalentnu otpornost između čvorova B i D tako što će se izvršiti transformacija iz trougla određenog čvorovima A, C i D u zvezdu. Digitalnim multimetrom izmeriti vrednost ekvivalentnog otpora između tačaka B i D.

$R_{\text{ekv}}(BD)=$

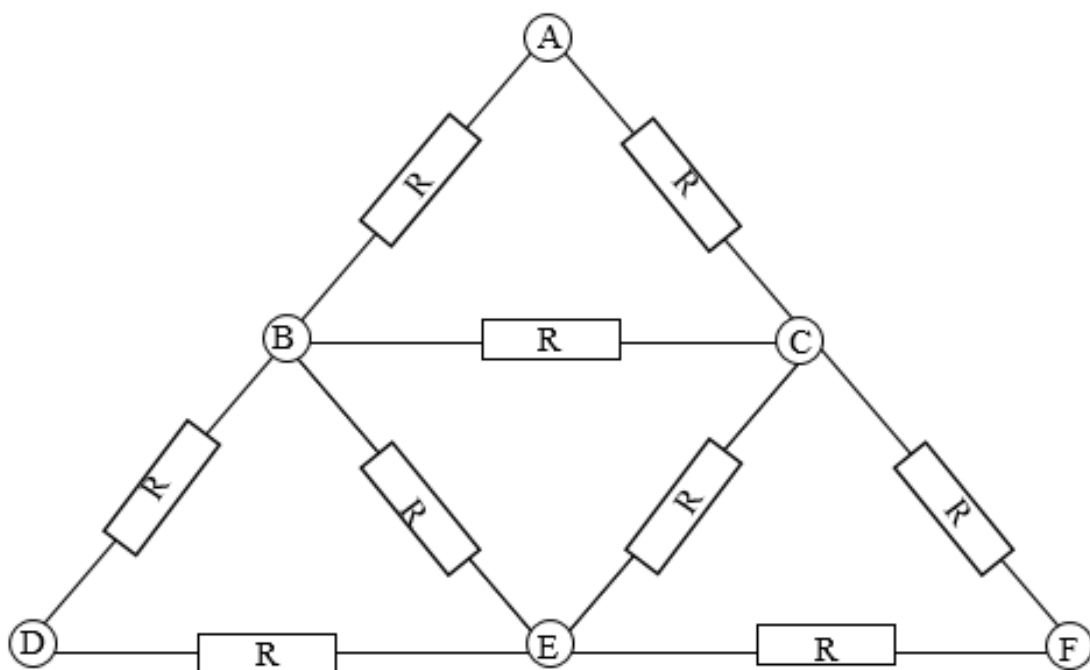
Za otporničku maketu 1, prikazanu na slici 8.2, naći ekvivalentnu otpornost između čvorova B i D tako što će se izvršiti transformacija iz zvezde, čije je zvezdište u čvoru A, u trougao. Digitalnim multimetrom izmeriti vrednost ekvivalentnog otpora između tačaka B i D.

$R_{\text{ekv}}(BD)=$



Slika 8.2 Otpornička maketa 1

Za otporničku maketu 2, prikazanu na slici 8.3, naći ekvivalentnu otpornost između čvorova D i F tako što će se trouglovi formirani čvorovima BDE i CEF transformisati u zvezde. Digitalnim multimetrom izmeriti vrednost ekvivalentnog otpora između tačaka D i F.



Slika 8.3 Otpornička maketa 2

$R_{ekv} (DF) =$

Vrednosti ekvivalentnih otpornosti dobijenih izvođenjem, računanjem i merenjem upisati u tabelu 1.

Tabela 1.

Maketa	Otpor između tačaka	Transformacija	Izraz za R_{ekv}	R_{ekv} izračunato ($k\Omega$)	R_{ekv} mereno ($k\Omega$)
1	BiD	$\Delta \rightarrow \text{Y}$			
1	BiD	$\text{Y} \rightarrow \Delta$			
2	DiF	$\Delta \xrightarrow{2X} \text{Y}$			